

淡江大學 105 學年度碩士班招生考試試題

39-1

系別：統計學系

科目：統計學(含數理統計)

考試日期：3月5日(星期六) 第2節

本試題共 7 大題， 2 頁

請將答案依序寫在答案卷上

本試題雙面印刷

1. 某廠牌的洗衣機壽命服從常態分佈 $N(5, 2^2)$ ，若保固期為一年，一年內故障可以退貨，那麼該公司賣出一台洗衣機被退貨的機率為何？ (8%)

2. 已知隨機變數 X_1, X_2, \dots, X_n 為獨立隨機變數，且一致服從幾何分布 $f(x; \theta) = \theta(1 - \theta)^{x-1}$ ， $x = 1, 2, \dots$ 其中 $\theta \in (0, 1)$ ，試推導出

a) $P(X_1 > 2)$ (6%) (提示：1. $\sum_{x=1}^{\infty} f(x; \theta) = 1$ ，2. 以表達 θ 你的答案)。

b) θ 的最大概似估計式(maximum likelihood estimator) (8%) (提示：先對概度函數取自然對數)。

3. 已知 X_1, X_2, \dots, X_n 為獨立隨機變數，且一致服從如下的常態分布

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2}}, \theta \in R, x \in R$$

a) 請寫出 θ 的 95% 信賴區間公式。 (8%)

b) 請推導出 θ 的最大概似估計式。 (8%)

4. 某公司發明了一種可以訓練運動選手彈跳高度的機能性運動鞋。為了解是否選手穿了以後，可以增加其垂直彈跳的高度，該公司找了 8 個運動員進行穿著測試三個月，得出如右上的每個運動員使用前後的彈跳高度資料。請在 $\alpha = 0.05$ 下檢定是否此款訓練鞋顯著地增加了運動員的垂直彈跳高度。(提示：

運動員	1	2	3	4	5	6	7	8
使用前	24	22	25	28	35	32	30	27
使用後	26	25	25	29	33	34	35	30

度資料。請在 $\alpha = 0.05$ 下檢定是否此款訓練鞋顯著地增加了運動員的垂直彈跳高度。(提示：

$$\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2 = \left(\sum_{i=1}^n d_i^2 \right) - n\bar{d}^2, \text{ 可以使用配對 t-檢定) (12\%)}$$

5. 已知 X_1, X_2, \dots, X_n 為獨立隨機變數，且一致服從伯努力(Bernoulli)分布 $f(x; p) = p^x(1 - p)^{1-x}$ ， $x = 0$ 或 1 ，其中 $p \in (0, 1)$ ，令 $\bar{X} = (X_1 + X_2 + \dots + X_n) / n$ 。

a) 根據中央極限定理 $\frac{\bar{X} - a}{b} \xrightarrow{D} N(0, 1)$ ，則 a, b 分別為何？(6%) (提示： $E(X_1) = p$ ， $Var(X_1) = p(1 - p)$)

b) 根據過去的經驗，台北市某小學六年級學童中，患有近視的學童比例佔有 20%。在某視力改善計劃後，校長從全部學童中抽出 110 人，發現 16 人患有近視。請在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，利用 a) 的性質，檢定近視比例是否有所下降。(提示：統計假設為 $H_0: p = 0.2$ vs. $H_1: p < 0.2$) (10%)

淡江大學 105 學年度碩士班招生考試試題

39-2

系別：統計學系

科目：統計學(含數理統計)

考試日期：3月5日(星期六) 第2節

本試題共 7 大題， 2 頁

6. 已知 X_1, X_2, \dots, X_n 為獨立隨機變數，且一致服從均勻(Uniform)分布

$$f(x; \theta) = \begin{cases} 1/\theta, & 0 < x < \theta, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

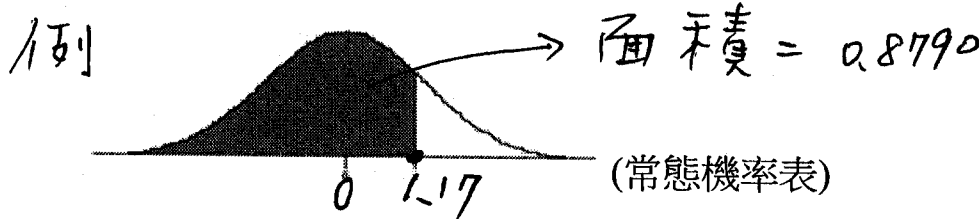
若 $\hat{\theta} = k(X_1 + X_2 + \dots + X_n) / n$ 為 θ 的不偏估計式，則 k 值為何？(8%)

7. 淡江某教授由其任課課程中，隨機抽出班上六個學生，得出如右的學生缺課次數和學期成績的資料，(提示：已知

缺課次數(X)	10	12	2	0	7	5
學期成績(Y)	70	65	96	94	73	82

$$\sum_{i=1}^6 X^2 = 322, \quad \sum_{i=1}^6 Y^2 = 39230, \quad \sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = 106, \quad \sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})^2 = 830, \\ \sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -287)$$

- 若教授欲建立一個簡單線性迴模式 $Y = a + bX + \varepsilon$ ，請以最小平方法，計算出 a, b 之值。(6%)
- 已知 \hat{b} 的標準差 $\hat{\sigma}_{\hat{b}} = 0.3533$ ，試在 $\alpha = 0.05$ 下，檢定 $H_0: b = 0$ vs. $H_1: b \neq 0$ (10%)
- 請計算出 X 與 Y 的相關係數。(5%)
- 承 a) 小題，最小平方法下所估計出的迴歸模型，解釋了多少比例的 Y 之樣本變異。(5%)



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

$P(t_{(7)} > 1.895) = 0.05$

$P(t_{(6)} > 1.943) = 0.05$

$P(t_{(5)} > 2.571) = 0.025$

$P(t_{(4)} > 2.776) = 0.025$

