

# 淡江大學 110 學年度日間學制寒假轉學生招生考試試題

18

系別：理、工組二年級

科目：微積分

5-1

考試日期：1 月 19 日(星期三) 第 2 節

本試題共 4 大題， 1 頁

1. 是非題。每小題 2 分，共 10 分。若敘述為對請答 T；敘述為錯請答 F。

- (a) 若  $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)|$  存在，則  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  必定存在。
- (b) 任何可微函數必是連續函數；反之，連續函數必可微。
- (c) 若  $|f(x)|$  在  $[0, 1]$  區間為黎曼可積可積，則  $f(x)$  在  $[0, 1]$  區間必也是黎曼可積。
- (d) 若  $f(x) + g(x)$  和  $f(x) - g(x)$  在  $[0, 1]$  區間皆為黎曼可積，則  $f(x)$  和  $g(x)$  在  $[0, 1]$  區間皆為黎曼可積。
- (e)  $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  為可微函數， $c \in (0, 1)$ ,  $f'(c) = 0$ 。則  $f(x)$  在  $c$  點處必為局部最大值或最小值。

計算題需寫下計算過程，否則不予計分。

2. 計算下列各式極限。每題 6 分，共 36 分。

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$ ,
- (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 4x}{x^2}$ ,
- (c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^x - 4}{x - 2}$ ,
- (d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 5\sqrt{x}} - \sqrt{x})$ .
- (e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \sum_{i=1}^n \left(\frac{i}{n}\right)^5 \right)$ .
- (f)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2i}}$ .

3. 計算下列各題，每小題 8 分，共 40 分。

- (a) Define  $f(x) = \int_0^{x^2} t^3 e^{3t} dt$ , find  $f'(x)$ .
- (b) Compute  $\int \tan^2(x) \sec^4(x) dx$ .
- (c) Evaluate  $\int_0^{\pi} e^x \sin(x) dx$ .
- (d) Evaluate  $\int_0^1 \int_x^1 e^{y^2} dy dx$ .
- (e) Find the volume of the tetrahedron bounded by the planes  $x + 2y + z = 2$ ,  $x = 2y$ ,  $x = 0$  and  $z = 0$ .

4. (14 分) Use Lagrange multiplier method to solve this problem. A rectangular box without a lid is to be made from  $48 m^2$  of cardboard. Find the maximum volume of such a box.