

淡江大學 109 學年度 日間部 轉學招生考試 試題

系別: 數學系三年級

科目: 微積分

28-1 >8

考試日期: 01 月 18 日 (星期一) 第 2 節 (上午 10:30—12:00)

本試卷共 10 題 1 頁

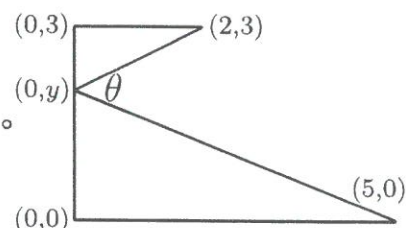
按順序作答、儘可能列出有效過程 方能取分。

1.(7) 若有某  $a \in \mathbb{R}$  可使  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + ax + a + 3}{x^2 + x - 2}$  存在, 則求出此  $a$ 。

2.(7) 對於任意  $c \in \mathbb{R}$ , 證明  $f(x) = x^3 - 15x + c$  在  $[-2, 2]$  至多一個根。

3.(7) 求  $\frac{d}{dx}[x^{x^x}]$

4.(12) 如圖。將  $\theta$  寫成  $y$  的函數後 求  $\theta$  的區域性極大值發生處 ( $y \in [0, 3]$ )。



5.(11) 求  $\int \frac{1}{x^3 - 1} dx$ 。

6.(7) 推導出  $\arctan x$  在 0 的展開式 及其收斂域, 然後求出  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$  的值。  
憑空猜測不給分, 論述正確才給分。

7.(12)  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。依指示作答:

- 求  $f$  在  $(3, 2, 6)$  的線性近似函數  $L(x, y, z)$ 。
- 以 a) 手算估計  $f(3.02, 1.97, 5.99)$ 。
- 令  $(x, y, z) = (3, 2, 6) + t(2, -3, -1)$ , 求  $\frac{df}{dt} \Big|_{t=0}$ 。
- 以 c) 手算估計  $f \Big|_{t=0.01}$ 。

8.(16)  $f(x, y, z) = xy + yz$  且  $xy = 1$  及  $y^2 + z^2 = 1$ 。求:  $f$  的極值發生處及其值。

9.(7) 求  $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3+1} dy dx$ 。

10.(14)  $R$  是以  $(1, 0), (2, 0), (0, 2), (0, 1)$  為頂點的梯形區域。求出  $\int_R \cos\left(\frac{y-x}{y+x}\right) dA$  的值。