

# 淡江大學 109 學年度進修學士班寒假轉學生招生考試試題

系別：工組二年級

科目：微積分

4-1 4

考試日期：1月18日(星期一) 第2節

本試題共 2 大題， 1 頁

第一大題 簡答題(70%)，(不需寫出演算過程，答案依照題號寫在答案卷第一頁，題號要清楚標明，共十小題，每小題七分)：

1. 求極限  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4+h)^3 - 64}{h}$ 。

2. 求  $y$  的導數， $y = \frac{4x}{\sqrt{x+1}}$ 。

3. 若函數  $f(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ，求  $(f^{-1})'(7)$ 。

4. 求不定積分  $\int \frac{e^{2x}}{1+e^{4x}} dx$ 。

5. 若  $a, b$  是兩實數使得定積分  $\int_a^b (16-x^2) dx$  最大，求  $b-a$ 。

6. 計算  $\int_{-\infty}^0 xe^x dx$ 。

7. 求函數  $f(x) = e^x \sin x$  在 0 展開的 Maclaurin 級數的  $x^3$  項的係數。

8. 求級數的收斂區間 (要考慮端點)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(x+4)^n}{\sqrt{n}}$ 。

9. 求函數  $f(x, y) = x^2 + 2y^2$  在單位圓  $x^2 + y^2 = 1$  上的最大值。

10. 若  $z = e^x \sin y$ ，其中  $x(s, t) = st^2$  且  $y(s, t) = s^2t$ ，求  $\partial z / \partial s$ 。

第二部份 計算證明題(30%)，(演算過程必須寫清楚，直接寫答案不計分，共三大題，每大題十分)：

1. 求極限值 (提示：用黎曼積分)， $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2k}{n}}} \frac{2}{n}$ 。

2. 考慮函數  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ ，(i) 求遞增遞減的區間，(ii) 找出所有的區域極大及區域極小值，(iii) 界定出所有區域的凹凸性質及反曲點，(iv) 根據上列的資訊，畫出函數  $f$  的簡圖。

3. 計算  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 (x^2 + y^2) dz dy dx$ 。