

淡江大學 109 學年度 日間部 轉學招生考試 試題

系別: 數學系三年級

科目: 微積分

40-

考試日期: 7 月 22 日 (星期三) 第 2 節 (下午 13:30—15:00)

本試卷共 10 題 1 頁

除填空外 儘可能列出有效過程 方能取分

1.(7.5分) 求  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6-x}-2}{\sqrt{3-x}-1}$ 。

2.(10分)  $a > 0, b > 0$ 。證明:  $\frac{a}{x^3+2x^2-1} + \frac{b}{x^2+x-2} = 0$  有解落在  $(-1, 1)$ 。

3.(6.25分) 令  $f(t) = t^3, g(t) = t^2 + (h(t))^5, h(t) = 1 - 3t$ , 求  $\frac{d}{dx}[f(g(x))]$ 。

4.(12.5分)  $f(x) = \frac{x^2-3}{e^x}$ , 算出  $f$  所有極值 及其發生處 以及反曲點。

5.(6.25分) 求  $\int \frac{2x^2-x+4}{x^3+4x} dx$ 。

6.(8.75分) 求  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)3^n}$  的值。憑空猜測不給分, 論述正確才給分。

7.(11.25分)  $f(x, y, z) = 5x^2 - 3xy + xyz$ ,  $p$  點為  $(3, 4, 5)$ 。

- (a) 求: 在  $p$  點以  $v = (1, 1, -1)$  方向前進  $f$  的微變化率。
- (b) 在  $p$  點以哪個方向前進,  $f$  的微變化率會最大? (填空)
- (c) 在  $p$  點  $f$  最大的微變化率是多少? (填空)

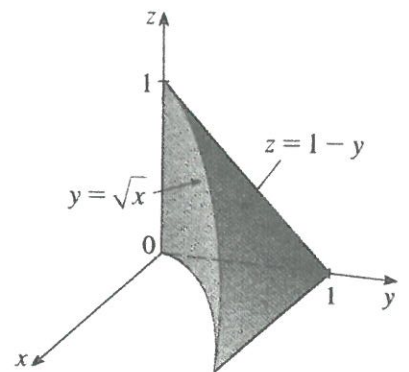
8.(13.75分)  $C$  為  $x + y + 2z = 2$  與  $z = x^2 + y^2$  的交集。求:  $C$  上 離原點最近 和最遠的點。

9.(15分) 積分區域如附圖。填空 (1)–(12):

$$\int_0^1 \int_{(1)}^{(2)} \int_{(3)}^{(4)} f(x,y,z) dz dy dx$$

$$= \int_0^1 \int_{(5)}^{(6)} \int_{(7)}^{(8)} f(x,y,z) dx dz dy$$

$$= \int_0^1 \int_{(9)}^{(10)} \int_{(11)}^{(12)} f(x,y,z) dy dx dz$$



10.(8.75分) 計算: 半徑為  $a$  的實心球內 所有點 到球心的 平均距離。