

淡江大學 109 學年度日間部轉學生招生考試試題

系別：數學系資統組三年級

科目：機率與統計學

3-1

考試日期：7月22日(星期三) 第1節

本試題共 9 大題， 5 頁

請詳列計算過程，無計算過程者不予計分。未標示清楚最後答案，或使用題目中未出現之符號而未事前先定義清楚者，將酌扣分數。

本試題背面印刷

1. (15%) 假設 X 為一隨機變數(random variable)，其機率為：

x_i	-1	1	2
$Pr(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4

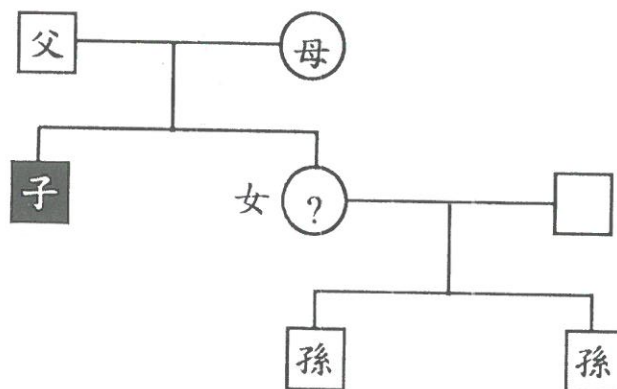
- 請畫出 X 的累積機率密度函數(cumulative distribution function) $F(x)$ 的圖形。
- 請求出 X 的 moment generating function (mgf)。
- 若 $Y = X^2 + 1$ ，請求出 Y 的機率質量函數(probability mass function, pmf) 以及 Y 的期望值與變異數。

2. (10%) 令隨機變數 X 與 Y 的聯合機率密度函數(joint probability density function)為

$$f(x, y) = \frac{6}{7} \left(x^2 + \frac{xy}{2} \right), 0 < x < 1, 0 < y < 2$$

- 請計算 $Pr(X > Y) = ?$
- 請計算 $E(Y|x)$

3. (10%) 血友病是一種性聯遺傳疾病，是位在 X 性染色體上的遺傳疾病，男生的性染色體為 XY，因此只要 X 上帶有血友病的基因就會發病，女生的性染色體為 XX，若只有一個 X 染色體上血友病基因，她就會成為帶因者但不會發病，只有兩個 X 染色體上皆帶有血友病基因才會發病。今天有一對夫妻生下一子一女，夫妻兩人皆非血友病患者，但兒子為血友病患，女兒不知是否生病；女兒嫁給一位健康的男士，生下的兩個孫子也皆非血友病患，其家族如下圖所示：



請問，此家族中的女兒為帶因者的機率為何？

4. (15%) 假設任一山寨板手機的不良率是 0.5，令 Y 為一批總數 100 的山寨板手機中有瑕疵的個數。

- 請問 Y 會服從什麼樣的分布？這群手機中最有可能出現幾台瑕疵品？
- 請問手機不良個數介於 40 (含) 至 65 (含) 之間的機率是多少？(寫出式子即可)

淡江大學 109 學年度日間部轉學生招生考試試題

系別：數學系資統組三年級

科目：機率與統計學

23-2

考試日期：7月22日(星期三) 第1節

本試題共 9 大題， 5 頁

(3) 請利用常態分配逼近(Normal approximation)的方式算出上題機率的近似值。

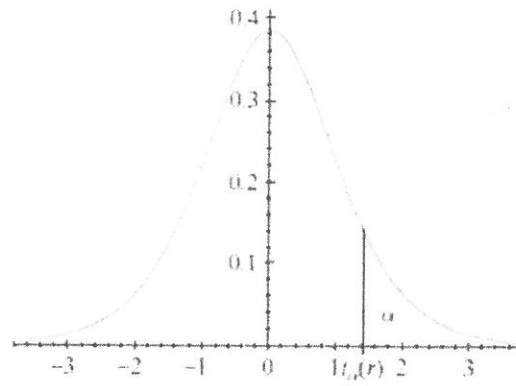
5. (10%) 假設 X_1, X_2, \dots, X_n 為獨立且來自相同(independent and identical)常態分配的隨機變數，平均值為 μ ，變異數為 σ^2 。
- (1) 請利用最大概似估計法(maximum likelihood estimate)估計 σ^2 。
- (2) 請問 σ^2 的MLE是否為不偏估計量(unbiased estimate)? 請證明之。
6. (10%) 請說明何謂中央極限定理(central limit theorem)?
7. (10%) 有一研究探討吸菸是否與肺癌有關，該研究招募一群有肺癌的人、一群沒有肺癌的人，發現有肺癌的300人當中有90人有吸菸習慣，沒有肺癌的270人當中有45人有吸菸習慣。
- (1) 請估計「有肺癌的人當中有吸菸習慣的比例」比「沒有肺癌的人當中有吸菸習慣的比例」高出多少? 並提出這個差異的95%信賴區間(confidence interval)。
- (2) 利用上一小題的信賴區間，你認為吸菸和肺癌是否有關? 為什麼?
8. (10%) 某藥廠聲稱有一種新的玻尿酸可以讓肌膚達到較為持久的水水美美的狀態，效果比現有之玻尿酸只能維持10小時還久。現有2500人參與此新藥的臨床試驗，平均持久效果為10.04小時，樣本標準差為1小時。請檢定該藥廠的聲明是否正確? (必須說明虛無與對立假設、顯著水準、如何完成檢定及結論)
9. (10%) 某系所二、三、四年級的大學生被問及對他們來說比較重要的事情是系上活動還是社團的活動，得到以下的表格。

	二年級	三年級	四年級	Total
系上活動	25	20	40	85
社團活動	20	25	20	65
Total	45	45	60	150

請問，某系所不同年級的大學生對系上活動及社團的活動的重要性認知是否有不同? (必須說明虛無與對立假設、顯著水準、如何完成檢定及結論)

Table B. The Student's *T* Distribution

23-4



$$P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma[(r+1)/2]}{\sqrt{\pi r} \Gamma(r/2) (1 + w^2/r)^{(r+1)/2}} dw$$

df	α								
	0.4	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	0.325	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	0.255	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
50	0.255	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
60	0.254	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
80	0.254	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
100	0.254	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
120	0.254	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.253	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

淡江大學 109 學年度日間部轉學生招生考試試題

系別： 數學系資統組三年級

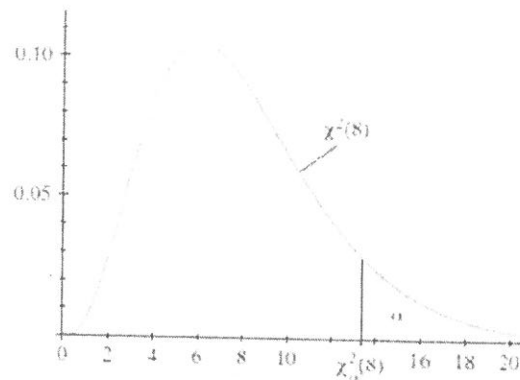
科目： 機率與統計學

23-5

考試日期：7月22日(星期三) 第1節

本試題共 9 大題， 5 頁

Table C. The Chi-Square Distribution



$$P(X \leq x) = \int_0^x \frac{1}{\Gamma(r/2)2^{r/2}} w^{r/2-1} e^{-w/2} dw$$

df	α									
	0.995	0.99	0.975	0.95	0.9	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169