

淡江大學 108 學年度日間部寒假轉學生招生考試試題

系別：理、工組二年級

科目：微積分

20-1

考試日期：1 月 13 日 (星期一) 第 2 節

本試題共 8 大題，共 1 頁

計算題 (請寫出計算過程, 否則不予計分)

1. 請求出下列各題的極限值 (每題 5 分, 共 10 分):

$$(1) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

2. 請求出下列各題的 $\frac{dy}{dx}$ (每題 5 分, 共 15 分):

$$(1) y = e^{\sin(x^2)}$$

$$(2) \sin(x+y) = xy$$

$$(3) y = \int_0^{x^2} \ln(t^2 + 1) dt$$

3. 設 $f(x) = x^4 - 6x^2 - 8x$, 請回答下列問題 (每題 5 分, 共 15 分):

(1) 請求出 f 的相對極值 (relative/local extreme value).

(2) 請求出 f 的遞增區間.

(3) 請求出 f 的反曲點 (inflection point).

4. 請求出 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2 + 1^2} + \frac{n}{n^2 + 2^2} + \frac{n}{n^2 + 3^2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n^2} \right)$ (10 分).

5. 請計算下列各題的積分 (每題 5 分, 共 15 分):

$$(1) \int \frac{1}{1 + e^{-x}} dx$$

$$(2) \int \cos^3 x dx$$

$$(3) \int x^2 e^x dx$$

6. 設 $f(x) = \cos^2 x$.

(1) 請求出 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的泰勒級數 (Taylor series) (5 分).

(2) 請求出 $f^{(8)}(0)$ (5 分).

7. 請計算下列各題的積分 (每題 5 分, 共 15 分):

$$(1) \iint_R y \cos(xy) dA, R = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \pi\}$$

$$(2) \int_0^1 \int_x^1 \sin(y^2) dy dx$$

$$(3) \int_0^1 \frac{x^3 - x}{\ln x} dx$$

8. 請在 $x^2 + y^2 = 3$ 的條件下, 找出 xe^{2y} 的最大值與最小值 (10 分).