

淡江大學 106 學年度日間部轉學生招生考試試題

56-1

系別：統計學系三年級

科目：統計與機率

3-56

考試日期：7月21日(星期五) 第2節

本試題共 3 大題， 2 頁

一、選擇題：共計 30 分 (10 小題，每題 3 分) ★注意：選擇題請於 答案卷 中繪製下列表格 填寫答案。★

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- () 1. 設 X, Y 為兩個相互獨立的隨機變數且其變異數分別為 $V(X)=4$ 和 $V(Y)=2$ ，則隨機變數 $3X-2Y$ 的變異數 $V(3X-2Y)=?$
 (A) 44 (B) 28 (C) 16 (D) 8
- () 2. 設 X, Y 為兩個相互獨立且具有相同分配的隨機變數，令 $U=X+Y$ 和 $V=X-Y$ ，則有關隨機變數 U 與 V 的關係之敘述，下列哪一項 必定為真？ (A) 不獨立 (B) 獨立 (C) 相關係數不為 0 (D) 相關係數為 0
- () 3. 設 X, Y 為兩個相互獨立的隨機變數且分別服從常態分配 $N(0, 1)$ 和 $N(1, 1)$ ，則下列何者為真？
 (A) $P(X+Y \leq 0) = 1/2$ (B) $P(X+Y \leq 1) = 1/2$ (C) $P(X-Y \leq 0) = 1/2$ (D) $P(X-Y \leq 1) = 1/2$
- () 4. 設 X 為隨機變數，且 $E(X) = \mu$ ， $V(X) = \sigma^2$ ， $(\mu, \sigma^2 > 0)$ ，則對任意常數 C ，則下列何者為真？
 (A) $E(X-C)^2 = E(X^2) - C^2$ (B) $E(X-C)^2 = E(X-\mu)^2$ (C) $E(X-C)^2 < E(X-\mu)^2$ (D) $E(X-C)^2 \geq E(X-\mu)^2$
- () 5. 下列何者為錯誤？
 (A) $Z_{0.05} = \sqrt{\chi_{0.1}^2(1)}$ (B) $t_{0.05}(10) = \sqrt{F_{0.1}(1,10)}$ (C) $Z_{0.05} = \sqrt{F_{0.1}(\infty, 1)}$ (D) $F_{0.05}(15, 10) = \frac{1}{F_{0.95}(10, 15)}$
- () 6. 大小分別為 n_1 與 n_2 之兩獨立隨機樣本分別抽自兩個非常態母體，則其樣本均數差 $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ 之抽樣分配為：
 (A) 一定非常態分配 (B) 一定為常態分配 (C) 不管 n_1 與 n_2 的大小，都將近似於常態分配
 (D) 當 n_1 與 n_2 都大於 30 時，將近似於常態分配
- () 7. 下列有關 α 、 β 和 樣本大小 n 的關係之敘述，何者正確？ (A) 如果 α 固定， n 增加， β 會增加 (B) 如果 β 固定， n 增加，則 α 不變 (C) 若 n 不變， α 增加， β 會減少 (D) 若 n 不變， α 增加， β 也增加
- () 8. 變異數分析(analysis of variance) 的均方誤 (MSE (mean square error)) 項是指：
 (A) 共同母體均數的估計值 (B) 共同母體變異數的估計值 (C) 處理的變異 (D) 樣本標準差的估計值
- () 9. 就下列不完整的一因子變異數分析表，設 μ_i 為第 i 個常態母體之平均數，且所有常態母體之變異數均為 σ^2 ，

變異來源 (SV)	平方和 (SS)	自由度 (df)	均方 (MS)	F值
處理間	75	3	*	*
誤差	*	15	4	
總和	*	18		

則在此變異數分析中的虛無假設 H_0 為：

- (A) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ (B) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ (C) $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_{15}$ (D) $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_{18}$
- () 10. 以最小平方方法替樣本資料 (X_i, Y_i) ， $i=1, \dots, n$ 尋找最佳估計迴歸直線 $\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ 時，其中 $\hat{\beta}_1 = ?$
 (A) $\frac{\sum X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2}$ (B) $\frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$ (C) $\frac{n\sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$ (D) 以上皆是

二、敘述或定義下列統計名詞或定理：共計 12 分 (2 小題)

(1) 樣本空間 (Sample Space) (6分)

(2) 中央極限定理 (The Central Limit Theorem) (6分)

背面尚有試題

淡江大學 106 學年度日間部轉學生招生考試試題

系別：統計學系三年級

科目：統計與機率

考試日期：7 月 21 日(星期五) 第 2 節

本試題共 3 大題， 2 頁

三、計算題：共計 58 分 (5 小題)

1. 在某大城市中，共有 A、B、C 三種報紙發行。今已知在這城市中住戶訂閱 A 報紙的佔 45%，B 報紙的佔 35%，C 報紙的佔 30%，同時訂閱 A 及 B 報紙的佔 10%，同時訂閱 A 及 C 報紙的佔 8%，同時訂閱 B 及 C 報紙的佔 5%，而三種報紙都訂閱的佔 3%，試求下列事件之機率：

- (1) 只訂閱 A 報紙的機率。 (5 分)
- (2) 沒有訂閱任何報紙之機率。 (5 分)

2. 已知隨機事件 A 發生的機率為 $P(A)=0.5$ ，隨機事件 B 發生的機率為 $P(B)=0.6$ ，又條件機率 $P(B|A) = 0.8$ ，則事件 $A \cup B$ 的發生的機率 $P(A \cup B) = ?$ (6 分)

3. 假設淡江大學教務處認為 105 學年度上學期大一英文成績 Y 的分配應是常態分配 $N(\mu, \sigma)$ ，為了估計 μ 及 σ ，今自全校大一學生中以隨機方式抽出 8 位學生，得此 8 位學生大一英文成績為 (Y_1, Y_2, \dots, Y_8) ，且經計算

得 $\sum_{i=1}^8 Y_i = 616$ 和 $\sum_{i=1}^8 Y_i^2 = 47,607$ 。試：

- (1) 求母體平均數 μ 與標準差 σ 之估計值。 (6 分)
- (2) 求母體平均數 μ 之 95% 信賴區間。 (5 分)
- (3) 若 (1) 中 σ 之估計值正好為母體標準差 σ 之真實值，今教務長想再一次估計母體平均數 μ ，且他希望在 95% 的信賴度下，欲使估計誤差界限不超過 2 分，試問其樣本數應抽多少才足夠？ (5 分)

4. A、B 兩家銀行之信用卡部門上個月申請件數與核准件數如下表：

	申請件數	核准件數
A 銀行	350	273
B 銀行	450	378

設 P_A 與 P_B 分別為 A、B 兩家銀行信用卡核准的比例，試：

- (1) 估計 $P_A - P_B$ 的值。 (5 分)
- (2) 試以顯著水準 $\alpha = 0.10$ ，檢定 A、B 兩家銀行信用卡核准的比例是否相同？(請清楚寫出檢定的步驟) (7 分)

5. 王同學利用一筆樣本數 $n=7$ 之變數 X 與變數 Y 的樣本資料 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_7, Y_7)$ ，該組資料經計算得 $\bar{x} = 4$ ， $\bar{y} = 9$ ， $\sum X_i^2 = 140$ ， $\sum Y_i^2 = 667$ ， $\sum X_i Y_i = 304$ 。今其考慮簡單直線迴歸模型 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ，且 ε_i 為獨立且 $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$ 。試：

- (1) 以普通最小平方法求估計簡單迴歸直線 $\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$? (6 分)
- (2) 求標準差 σ 的估計值為何？ (4 分)
- (3) 求此估計簡單迴歸直線的判定係數 $R^2 = ?$ 並請說明其數值所代表的含意。 (4 分)

查表值： $Z_{0.10} = 1.282$ ， $Z_{0.05} = 1.645$ ， $Z_{0.025} = 1.96$ ， $t_{0.10}(6) = 1.44$ ， $t_{0.10}(7) = 1.42$ ， $t_{0.10}(8) = 1.40$ ， $t_{0.05}(6) = 1.94$ ，

$t_{0.05}(7) = 1.89$ ， $t_{0.05}(8) = 1.86$ ， $t_{0.025}(6) = 2.45$ ， $t_{0.025}(7) = 2.36$ ， $t_{0.025}(8) = 2.31$ ， $\chi_{0.10}^2(1) = 2.71$ ， $\chi_{0.10}^2(2) = 4.61$ ，

$\chi_{0.10}^2(3) = 6.25$ ， $\chi_{0.10}^2(4) = 7.78$ ， $\chi_{0.05}^2(1) = 3.84$ ， $\chi_{0.05}^2(2) = 5.99$ ， $\chi_{0.05}^2(3) = 7.81$ ， $\chi_{0.05}^2(4) = 9.49$