

淡江大學 105 學年度進修學士班寒假轉學生招生考試試題

系別：電機工程學系三年級

科目：工程數學

8-1

考試日期：12月3日(星期六) 第1節

本試題共 8 大題， 1 頁

提示：若 $f(t)$ 之傅立葉轉換為 $F(\omega)$ ，則 $f(t)\cos(\omega_0 t)$ 之傅立葉轉換為 $\frac{1}{2}[F(\omega+\omega_0)+F(\omega-\omega_0)]$ ；

$f(t-t_0)$ 之傅立葉轉換為 $e^{-j\omega t_0} F(\omega)$ ；而 $F(\omega-\omega_0)$ 之反傅立葉轉換(Inverse Fourier transform)則為 $e^{j\omega_0 t} f(t)$ 。

1. 求解 $3y^2 y' = 2x$ 。(10%)
2. 求解 $y' = 2x - \frac{y}{x}$ 。(10%)
3. 求解正合(exact)微分方程式： $(3x^2 y^2 + e^y) y' = -2(xy^3 + 5)$ 。(10%)
4. 試求與曲面 $z = x^2 + y^2$ 相切於點 $(1,1,2)$ 之切平面方程式及通過此點之法線參數式。(10%)
5. 若 c 為從點 $(1,0)$ 到 $(2,3)$ 之直線線段，寫出其參數式。計算線積分 $\int_c x dx + y^2 dy$ 。(10%)
6. $y'' + 3y' + 2y = e^{3t}$; $y(0) = 0, y'(0) = 0$ 。試以拉普拉斯轉換方法求解。(20%)
7. 令函數 f 定義如下
$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{for } -\pi \leq x \leq 0 \\ 1, & \text{for } 0 < x \leq \pi \end{cases}$$
 - (i) 試求 f 之傅立葉級數(Fourier series)。(10%)
 - (ii) 試求 f 之傅立葉級數在 $x=0$ 與 $x=1$ 各自收斂到何值。(5%)
8. 令 $a > 0$ ， $f(t) = e^{-a|t|}$ ， $t \in \mathbb{R}$ 。已知 f 之傅立葉轉換為 $F(\omega) = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$ 。
 - (i) 若 $g_1(t) = e^{-|5t|} \cos(t)$ ， $t \in \mathbb{R}$ ，則 g_1 之傅立葉轉換為何？(10%)
 - (ii) 若 $G(\omega) = \frac{8}{9 + (\omega - 1)^2}$ ，試求其反傅立葉轉換。(5%)