

淡江大學 105 學年度日間部轉學生招生考試試題

系別：物理系、工組二年級

科目：微積分

10-1

考試日期：7月21日(星期四) 第3節

本試題共 10 大題， 1 頁

第一部分 簡答題 (60%，每題 10 分) (無需寫出計算過程，直接將答案寫在試卷)

1. 請求 (a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$ (5%) (b) $f'(0)$ ，其中 $f(x) = \ln(1 + e^{2x})$. (5%)
2. 請求 (a) $g(x)$ 的微分，其中 $g(x) = \int_2^x \frac{u^2 - 1}{u^2 + 1} du$. (5%) (b) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx$ (5%)
3. (a) 請求平面 $z = 0$ 與拋物面 $z = 1 - x^2 - y^2$ 所包圍區域的固體體積. (5%)
(b) 請求 $f(x, y) = xe^y$ 在點 $P(2, 0)$ 朝著向量 $\mathbf{v} = \left\langle -\frac{3}{2}, 2 \right\rangle$ 的方向導數 (directional derivative). (5%)
4. (a) 請問此無窮數列 $a_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ 是收斂? 還是發散? (5%)
(b) 請問此無窮級數 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n)}$ 是收斂? 還是發散? (5%)
5. 請求無窮級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n x^n}{\sqrt{n+1}}$ 的收斂半徑 (radius of convergence) 與收斂區間 (interval of convergence). (5%, 5%)
6. 請使用 Lagrange multipliers 方法找出 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ 在 $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 1$ 限制下的最大值 (maximum value) 與最小值 (minimum value). (5%, 5%)

第二部分 計算題 (40%，每題 10 分) (需寫出計算過程，否則不予計分)

7. 請求 $\int \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^3 + 3x^2 - 2x} dx$ (10%)
8. 請用隱函數微分 (implicit differentiation) 求 $\partial z / \partial x$ 與 $\partial z / \partial y$ ，其中 $x^3 + y^3 + z^3 + 6xyz = 1$. (10%)
9. 請求 $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy$. (10%)
10. 請求 $f(x, y) = y^3 + 3x^2y - 6x^2 - 6y^2 + 2$ 的局部最大值 (local maximum value)，局部最小值 (local minimum value) 與鞍點 (saddle point). (10%)