

## 淡江大學八十七學年度碩士班入學考試試題

系列：國貿系、產經系、資管系

科目：統計學

本試題共 3 頁

P.1

1. 試簡答下列各問題：

- (1) 隨機變數  $X_1, X_2, \dots, X_n$  要滿足什麼條件, 才可稱為隨機樣本(random sample)? (4分)
- (2) 欲利用卡方( $\chi^2$ )分配適合度(goodness-of-fit)檢定法檢定  $H_0$ : 母體分配呈  $N(\mu, \sigma^2)$  時, 若  $\mu$  和  $\sigma^2$  均為未知, 且樣本資料分成 15 組, 試問檢定之統計量的自由度(degrees of freedom)為若干? 又若取  $\alpha = 0.01$ , 則棄卻域的臨界值(critical value)為何? (4分)
- (3) 從廠商所生產的某一批次燈泡中隨機取出  $n$  個為一組樣本, 樣本中的第一個燈泡使用至  $X$  小時時壞掉。試問  $X$  是否為該批次燈泡平均壽命  $\mu$  的不偏估計式(unbiased estimator)? 又是否為一致估計式(consistent estimator)? 為什麼? (4分)
- (4) 一研究報告指出某大型產業所有廠商的年投資報酬率平均值介於 8.2%至 12.5%之間的信賴水準達 90%。有一人解釋說該產業有 90%的廠商其年投資報酬率介於 8.2%至 12.5%之間; 另一人則解釋說, 如果從該型產業中隨機抽取若干家廠商構成一組樣本, 則其樣本年投資報酬率平均值介於 8.2%至 12.5%之間有 90%的機會。試問這兩種說法是否正確? 若否, 則正確的意義為何? (4分)

2. 設某一車站的購票者自進入等候線至買完車票離開需時  $X$  分鐘, 而排隊等候至輪到他購買需時  $Y$  分鐘。已知  $X$  和  $Y$  有如下的聯合(joint)機率分配:

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x}, & 0 < y < x < \infty \\ 0, & \text{其他值} \end{cases}$$

- (1) 試分別求  $X$  和  $Y$  的邊際(marginal)機率分配。 (6分)
  - (2) 若已知某人自進入等候線至買完車票離開所需時間少於 10 分鐘, 問他至少需等候 5 分鐘才輪到被服務的機率為若干? (8分)
  - (3) 試求該車站購票者的平均被服務時間。 (5分)
3. 某公司之資訊中心四月份每個程式的電腦平均執行時間為  $\mu$  分, 標準差為  $\sigma$  分。今從該中心四月份的所有程式中隨機抽取  $n$  個, 設其電腦的執行時間分別為  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 。

$$\text{令 } Y_i = \begin{cases} 1, & \text{若 } X_i > \mu \\ 0, & \text{若 } X_i \leq \mu, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

- (1) 試解釋  $\sum_{i=1}^n Y_i$  的意義。 (4分)
  - (2) 試求  $\sum_{i=1}^n Y_i$  的機率分配。 (4分)
  - (3) 假設該中心四月份的所有程式中有 20%的比例, 其電腦的執行時間超過  $\mu$  分, 試問在隨機抽取的  $n = 100$  個程式中有 25 個或以上的程式其電腦的執行時間超過  $\mu$  分的機率為若干? (4分)
  - (4) 在求解(3)的過程中, 你利用了統計學上的什麼定理或性質? (3分)
4. (1) 設隨機變數  $X$  具有波氏分配(Poisson distribution), 參數為  $\lambda$ , 且設  $X_1, X_2, \dots, X_n$  為一組隨機樣本, 試求  $P_r(X = 0)$  的最大概度估計式(ML estimator)。 (7分)
- (2) 設  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  為由  $f(y|\theta)$  所抽出的  $n$  個隨機樣本。
- $$\text{若 } \theta = 0, \text{ 則 } f(y|\theta) = \begin{cases} 1, & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$
- $$\text{若 } \theta = 1, \text{ 則 } f(y|\theta) = \begin{cases} 2y, & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$
- 試求  $\theta$  的最大概度估計式。 (6分)

# 淡江大學八十七學年度碩士班入學考試試題

系別：國貿系、產經系、資管系

科目：統計學

本試題共 3 頁

P.2

5. 某商人認為其每週銷貨利潤是以下三個變數的函數：零售總值  $X$ ，批發總值  $Y$ ，及費用  $W$ 。假設  $X$ ， $Y$  和  $W$  彼此獨立，且均有常態分配，其平均數分別為  $\mu_1$ ， $\mu_2$  和  $\mu_3$ ，變異數分別為  $\sigma^2$ ， $a\sigma^2$  和  $b\sigma^2$ ，其中  $a > 0$ ， $b > 0$  為已知，而  $\sigma^2$  為未知。此商人每週之期望利潤為  $\mu_1 + \mu_2 - \mu_3$ ，若他連續觀察並同時記錄  $X$ ， $Y$  和  $W$  之值  $n$  週，而得  $(x_1, y_1, w_1)$ ， $(x_2, y_2, w_2)$ ， $\dots$ ， $(x_n, y_n, w_n)$ 。今欲對對立假設  $H_1: \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 < k$ ，檢定  $H_0: \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 \geq k$ ， $k$  為一已知值，設顯著水準  $\alpha = 0.05$ 。

- (1) 試寫出檢定之統計量及其機率分配(若有自由度，則一併寫出)。(8分)  
 (2) 若  $n = 36$  週，試寫出檢定的規則，即檢定之棄卻域(rejection region)。(4分)

6. 假設某工廠生產經理正考慮更換一部舊機器，它直接影響生產製程的輸出。有三家供應商極力推銷各自的機器給該經理，此三種機器的價格和售後服務幾乎相同。為了擬定購買策略，該經理從事一項試驗，以了解工人使用不同機器完成生產工作所需的平均時間是否有顯著差異。選出 15 名經驗、能力和年齡相似的工人，以 5 人為一組隨機指派他們接受任一種廠牌機器的訓練。在適當的訓練和實習後，經理量測每名工人使用其受訓廠牌的機器完成工作所需的時間(單位為秒)，其結果列示於下表：

	機 器		
	I	II	III
	25.40	23.40	20.00
	26.31	21.80	22.20
	24.10	23.50	19.75
	23.74	22.75	20.60
	25.10	21.60	20.40
平均數( $\bar{X}_i$ )	24.93	22.61	20.59

生產經理擬利用變異數分析(ANOVA)法檢定不同的機器是否有相同的平均完工時間。

- (1) 試問該方法有哪些基本假設？(3分)  
 (2) 試對(1)的每項基本假設各簡述一種檢定的方法。(6分)  
 (3) 下表為該問題的 ANOVA 表，試對有編號的空格，將其答案依序寫在答案紙上。(5分)

變異來源	平方和	自由度	均 方
組 間	①	②	23.5820
組 內	③	12	④
總 變 異	58.2172	⑤	

- (4) 依上表的結果，試問不同的機器是否有相同的平均完工時間？取  $\alpha = 0.05$  檢定之。(4分)  
 (5) 試利用 Tucky-Kramer 方法，並取  $\alpha = 0.05$  檢定任兩部機器之平均完工時間是否有顯著差異？並為該生產經理決定最適的購買機器策略。(7分)

