

# 淡江大學 105 學年度碩士班招生考試試題

27-1

系別：機械與機電工程學系

科目：工程數學

考試日期：3月5日(星期六) 第2節

本試題共 8 大題，1 頁

1.(10%) 有一個微分方程(differential equation, DE)為： $y' + 2y = 0$ ，若其解(solution)為  $y = e^{mx}$ ，且  $e^{mx} > 0$ ，問  $m$  的值？

2.(10%) 已知  $x = c_1 \cos 4t + c_2 \sin 4t$ ，解初始值問題(initial value problem, IVP)： $x'' + 16x = 0$ ， $x(\frac{\pi}{2}) = -2$ ， $x'(\frac{\pi}{2}) = 1$ 。

3.(10%) 以分離變數法(separation of variables)解 DE： $\frac{dy}{dx} = e^{3x+2y}$ 。

4.(10%) 解二階 DE： $y'' - 10y' + 25y = 0$ 。

5.(10%) 三個向量(vectors)表示為  $\vec{a} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ， $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ， $\vec{c} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 9\hat{k}$ ，解下列問題：(1)  $\vec{b} + 2(\vec{a} - 3\vec{c})$  (2)  $\|\vec{a} + \vec{c}\|$

6. (15%) 根據 Kirchoff's 2<sup>nd</sup> law，基本電路可表示為  $L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = E(t)$ ，其中  $L$  及  $R$  分別為電感(inductance)及阻抗(resistance)， $i(t)$  為系統之反應稱為電流(current)。若一個 12 volt 的電池接上該電路，電感為 0.5 henry，阻抗為 10 ohms，求解  $i(t)$ ， $i(0) = 0$ 。

提示：For a linear equation  $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$ ，其解為  $y = y_c + y_p$ ，其中  $y_c = ce^{-\int P(x)dx}$ ，

$y_p = e^{-\int P(x)dx} \int e^{\int P(x)dx} f(x)dx$ 。或可有相當的較易解法(equivalent easier way)。

7. (15%) (1)根據  $f(t)$  的 Laplace transform  $\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t)dt$ ，解  $\mathcal{L}\{1\}$ 。

(2)解  $\mathcal{L}\{f(t)\}$  for  $f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 3 \\ 2, & t \geq 3 \end{cases}$ 。(3)解  $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{-2s+6}{s^2+4} \right\}$

提示： $\sin kt = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{k}{s^2+k^2} \right\}$ ， $\cos kt = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{s^2+k^2} \right\}$

8.(20%) 使用高斯消去(Gaussian elimination)或高斯-喬登消去(Gauss-Jordan elimination)的矩陣法，求解下列的線性系統問題(problem of linear system)：

$$2x_1 + 6x_2 + x_3 = 7$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = -1$$

$$5x_1 + 7x_2 - 4x_3 = 9$$