

淡江大學 98 學年度碩士班招生考試試題

系別：數學學系

科目：微積分 60%及線性代數 40%

准帶項目請打「V」	
	簡單型計算機

本試題共 / 頁， 大題

一、(20%)計算下列題目：

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{\sqrt{3x+1} - 2}$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x+1)^{(x-1)}$

(3) $\int e^x \cos x \, dx = ?$

(4) $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \sqrt{1+y^3} \, dy \, dx = ?$

二、(10%) $f(x) = \exp(x^2)$ ，計算 $f^{(n)}(0) = ?$ (n 為正整數)

三、(10%) 求級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} (x-2)^n$ 的收斂範圍。

四、(10%) 求函數 $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x + 6$ 在區域

$$R = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$
 的絕對極小值

五、(10%) 有一亮著的街燈，設置在高 12 呎的底座上，一個高 6 呎的男人以每秒 4 呎的速率遠離街燈的底座，當他走到距離街燈的底座 20 呎的位置，他的影子長度的變化率是多少。

六、(15%) 若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 3 & 6 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，計算矩陣 A 的秩(the rank of A) 且分別求列空間

(row space) 與行空間(column space)的基底(bases)

七、(15%) 若 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

(1) 找出矩陣 A 的特徵值(eigenvalues)及對應的特徵向量(eigenvectors)。

(2) 判斷矩陣 A 是否可對角化。

八、(10%) 如果 A 與 B 皆是 $n \times n$ 的方陣，且 A 為可逆方陣， I 是 $n \times n$ 的單位方陣(identity matrix)，證明： $A+B$ 與 $(I+BA^{-1})$ 皆為可逆方陣，或皆為不可逆方陣。