淡江大學100學年度碩士班招生考試試題

91-1

系別：資訊管理學系　　　　科目：離散數學導論

考試日期：2月28日(星期一) 第2節　　　　本試題共 6 大題， 2 頁

本試題雙面印刷

一、(15%)有一天穿過魔鏡後的渺渺，在歐幾里得(Euclid)三度空間中、每個移動只能進行下列H、V、A三個動作之一:

H: $(x, y, z) \rightarrow (x+2, y, z)$; V: $(x, y, z) \rightarrow (x, y+3, z)$; A: $(x, y, z) \rightarrow (x, y, z+2)$

試問:

(a) 假定渺渺現在座標 (-1,2,0)、她如何到座標(3,8,10)、列舉出兩種可能的方式?

(b) 假定渺渺現在座標 (-1,2,0)、她如何到座標(3,8,10)、所有此類路徑總數為何?

(c) 假定渺渺現在座標 (s_1,s_2,s_3)、她所有可以到達之座標(t_1,t_2,t_3) 之 t_1,t_2,及 t_3 之限制條件為何?

二、(20%)模運算(Modular Arithmetic)是整數論常用的運算，定義如下: $n\in Z^+$ and $a\in Z$, 且 $a=qn+r$,其中 $0\leq r<n$; $q=\lfloor a/n\rfloor$,我們稱呼 r 為餘數(residue),亦定義 $r=(a \bmod n)$。n 稱為模數(modulus)，在特定模數 n 下，所有餘數 r 所形成之集合稱為 Z_n。

a) 求 -9 mod 7，及 Z_{23} ?

b) 求證 [(a mod n) x (b mod n)] mod n = (a x b) mod n

c) 利用題 b)之性質，求 (123412 x 45325) mod 9 ?

d) 試說明如此定義在特定模數 n 下之加法、乘法及 Z_n，表為$\{Z_n, +, x\}$是否為一個場(Field)，為什麼?

三、(15%)Fibonacci、及 Lucas 為兩個有名的數列，其定義如下:

(Fibonacci) $F_0=1$，$F_1=1$，及 $F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$

(Lucas) $L_0=2$，$L_1=1$，及 $L_n=L_{n-1}+L_{n-2}$

試問:

a) 求 F8，L8，F9 之值?

b) 求證 $\forall n\in Z^+$，$L_n=F_{n-1}+F_{n+1}$

四、(15%) Z^+為正整數形成之集合，令函數 f、g: $Z^+ \rightarrow Z^+$，其中對 $x\in Z^+$，$f(x)=x+1$，$g(x)=max\{1, x-1\}$，試問:

a) 求函數 f 之反函數?

b) 合成函數(composite)中，求$(f \circ g)(3)$ 及$(f^2 \circ g)(5)$之值?

背面尚有試題

五、(15%)假設無向(Undirected graph)圖 G=(V, E)之鄰接矩陣(Adjacent Matrix)如下:

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
V_1	0	1	1	1	1
V_2	1	0	1	1	0
V_3	1	1	0	1	1
V_4	1	1	1	0	1
V_5	1	0	1	1	0

試問:

a) 請畫出該鄰接矩陣所表示之圖形(graph)?

b) 求|V|, |E|, V 之各個頂點次數(degree)即 deg(V_i)?

c) 求圖 G 奇次數之頂點有幾個?請證明任意無向(Undirected graph)圖，其奇次數之頂點的個數必為偶數?

六、(20%)在 90000 個五位正整數(10000 到 99999)中，有一種特殊的數，它以百位數為中心左、右兩邊數字對稱，如 13531、82628、及 34543 等，試問:

a) 該特殊的數之總和的公式為何?

b) 由上述公式，所求之和為何?