

淡江大學 95 學年度碩士班招生考試試題

97

系別：財務金融學系 B 組

科目：統 計 學

准帶項目請打「V」	
✓	簡單型計算機
本試題共 1 頁	

1. (30%) 設隨機變數 X 為常態 $N(\mu, \sigma^2)$,
 (1) 證明其特徵函數(characteristic function)為：

$$\Phi(t) \equiv E[e^{itx}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} f(x) dx = e^{i\mu t - \frac{\sigma^2 t^2}{2}}, \quad i = \sqrt{-1}$$

- (2) 設 Y 為對數常態隨機變數, $Y = e^X$, 密度函數為 $g(y)$, 利用 (1) 以及
 $E(Y) = E(e^{ln Y}) = E(e^X) = \Phi(-i)$, 找出 $E(Y)$ 之值。
 (3) 同理, 計算 $E(Y^2)$ 。
 (4) 利用 (2) 及 (3), 找出 $Var(Y)$ 。
 (5) 利用變數變換, 證明 Y 之截短平均數(truncated mean)為：

$$E(Y, Y > a) = \int_a^{\infty} yg(y) dy = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} N\left(\frac{\mu - \ln a}{\sigma} + \sigma\right)$$

- (6) 求 $E(X^4)$, 且若 $\mu = 0$, 求 $Var(X^2)$

2. (20%) 某班有 60 人, 期中考平均成績(μ) 為 75 分, 標準差(σ) 為 5 分, 考慮下列二種情形：

- (1) 若資料分配近似對稱分配, 問全班考 60 分~90 分有幾人; 不及格有幾人。
 (2) 若資料分配不為對稱分配, 則全班考 60 分~90 分有幾人; 不及格有幾人。

3. (20%) 設有隨機變數 x, y, z , $Var(x) = 2, Var(y) = 3, Var(z) = 6, \rho(x, y) = 0.5$, 且 x, y 對 z 為獨立,

- (1) 求 $Cov(x, y)$ 。
 (2) 求 $Cov(x, z)$ 。
 (3) 求 $Var(x + y)$ 。
 (4) 求 $Var(x + y + 0.8z)$ 。
 (5) 求 $Cov\left(\frac{1}{3}(x + y + z), \frac{1}{4}(x + y)\right)$ 。

4. (30%) 解釋

- (1) p 值 (p-value)
 (2) 概度比檢定 (likelihood ratio test)
 (3) 布朗運動 (Brownian motion)
 (4) 平賭過程 (martingale)
 (5) 反常態分布 (anti-normal distribution)
 (6) GAUCH 模型 (GAUCH model of time series)