

淡江大學 98 學年度碩士班招生考試試題

系別：財務金融學系 A 組

科目：統計學

准帶項目請打「V」	
✓	簡單型計算機

本試題共 1 頁，9 大題

- (10%) 某檔股票收盤價格為 $S_0 = 200$ 元，假設股票每日收盤漲或跌獨立、漲或跌一元機率為 0.5。
 - 求 5 天後股票收盤價格 S_5 的 p.d.f。
 - 求 100 天後股票的收盤價 S_{100} 機率為 $\Pr(S_{100} \leq s) = 0.05$ 臨界價格 s 的近似值。
- (10%) 假設隨機變數 X 的值為 -1 、 0 與 1 的機率皆為 $1/3$ 。令 $Y = e^X$ ，求 $E(Y)$ 與 $\text{Cov}(X, Y)$ 。
- (10%) 已知 $X \sim N(0, 1)$ ，令 $Y = |X|$ ，求 Y 的 p.d.f 與 $E(Y)$ 。
- (15%) 假設 X 與 Y 為獨立的均勻分配，區間為 $[0, 1]$ ，令 $Z = X + Y$ ，求 Z 的 p.d.f、 $E(Z)$ 與 $\text{Var}(Z)$ 。
- (15%) 由平均數為 μ 、變異數 σ^2 的常態母體中抽取樣本數為 n 的一組隨機樣本。令 S^2 為樣本變異數。求 $E(S^2)$ 、 $\text{Var}(S^2)$ 並判斷 $E(S)$ 與 σ 的大小。
- (10%) 假設 θ_1 與 θ_2 為參數 θ 的不偏估計式且獨立，變異數分別為 σ_1^2 與 σ_2^2 ，令估計式 $\hat{\theta}$ 為 θ_1 與 θ_2 的線性組合 ($\hat{\theta} = \alpha\theta_1 + \beta\theta_2$)，求 $\hat{\theta}$ 為參數 θ 變異數極小不偏估計式的 α 與 β 。
- (10%) 某學生計算三檔股票報酬率的平均數為 $\hat{\mu}_1 = 0.1$ 、 $\hat{\mu}_2 = 0.05$ 與 $\hat{\mu}_3 = 0.02$ ，變異數與共變異數分別為 $\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\sigma}_2^2 = \hat{\sigma}_3^2 = 1$ 、 $\hat{\sigma}_{12} = \hat{\sigma}_{21} = 0$ 與 $\hat{\sigma}_{13} = \hat{\sigma}_{31} = \hat{\sigma}_{32} = \hat{\sigma}_{23} = 0.9$ ，請判斷此學生計算的變異數與共變異數是否正確 並 舉一例說明。
- (10%) 某一檔股票的漲跌如下：

漲 漲 跌 漲 漲 跌 跌 跌 跌 漲 漲 漲 跌 漲 跌 跌 漲 漲 漲 漲 漲 跌 跌 跌 漲 漲

 - 請檢定股價的漲跌否具有隨機性。 ($\alpha = 0.05$)
 - 請檢定股價漲的機率是否高於 0.5。 ($\alpha = 0.05$)
- (10%) 簡單線性迴歸模型為 $Y_i = \alpha + \beta \cdot X_i + \varepsilon_i$ ，令 $\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot X_i$ 其中 $\hat{\alpha}$ 與 $\hat{\beta}$ 為 OLS 估計值。已知 $n = 20$ 、 $\sum_{i=1}^{20} Y_i = 348$ 、 $\sum_{i=1}^{20} X_i = 340$ 、 $\sum_{i=1}^{20} Y_i X_i = 6135$ 、 $SST = 548.8$ 與 $\bar{R}^2 = 0.162$ 。求 $\sum_{i=1}^{20} \hat{Y}_i$ 與 $\hat{\sigma}^2$ 。