

淡江大學九十學年度碩士班招生考試試題

系別：財務金融學系

科目：統計學

准帶項目請打「○」否則打「×」	
計算機	字典
○	×

本試題共 2 頁

本試題雙面印製

(每題均為十分，共十題)

1. Let X_1, X_2, \dots, X_n denote a random sample from a population with pdf

$$f(x) = 3x^2; \quad 0 < x < 1, \text{ and zero otherwise.}$$

- a) Write down the joint pdf of X_1, X_2, \dots, X_n .
 b) Find the probability that all of the observations are less than 0.5.

2. Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample of size n from a normal distribution,

$$X_i \sim N(\mu, \sigma^2), \text{ and define } U = \sum_{i=1}^n X_i \text{ and } W = \sum_{j=1}^n X_j^2$$

- a) Find a statistic that is function of U and W and unbiased for the parameter $\theta = 2\mu - 5\sigma^2$.
 b) Find a statistic that is unbiased for $\sigma^2 + \mu^2$.

3. Box A contains five green balls and three black balls, while box B contains three green balls and seven black balls. A box is selected at random, and a ball is selected at random from that box.

- a) Find the probability of selecting a black ball.
 b) Suppose a green ball is obtained. What is the probability that it came from box A?

4. Suppose a box contains four marbles, θ white ones and $4 - \theta$ black ones. Test $H_0: \theta = 2$

against $H_a: \theta \neq 2$ as follows: Draw two marbles with replacement and reject H_0 if both marbles are the same color; otherwise do not reject.

- a) Compute the probability of Type I error.
 b) Compute the probability of Type II error for all possible situations.

5. Suppose $E(X) = \mu$ and $\text{Var}(X) = \sigma^2$. Find the approximate mean and variance of:

- a) e^X .
 b) $1/X$ (assuming $\mu \neq 0$).

◀ 注意背面尚有試題 ▶

淡江大學九十學年度碩士班招生考試試題

系別：財務金融學系

科目：統計學

准帶項目請打「○」否則打「x」	
計算機	字典
○	x

本試題共 2 頁

6. 三十題是非題的考試答案如下：
是是非是是非是是是非是是非
是非是是非是非是非非是是非非
請檢定是非題答案的安排是否具有隨機性？ ($\alpha = 0.05$)
7. 隨機調查 8 位高中生每月去 KTV 的次數為：1, 4, 2, 1, 2, 3, 1, 2，試求：
a) 平均數與變異數。
b) 偏態係數與峰態係數。
8. 泡麵包裝標示重量為 200 公克，標準差 10 公克。現隨機抽取 10 包，平均重量為 195 公克。試求泡麵平均重量 95% 的信賴區間為何？
9. 擲兩公正骰子，令 X 為 1 出現的次數； Y 為 6 出現的次數。
a) 試求 ρ_{XY} 。
b) 若 1 與 6 出現時可獲得 1 與 6 出現次數的倍數彩金，試求參與此賭局的期望值。
10. 欲知工作年資(X)與月薪(Y)之關係。抽取 100 個觀察值，計算求得
 $\bar{X} = 12$, $\bar{Y} = 250$, $S_{XY} = 3$, $S_X^2 = 4$, $S_Y^2 = 9$
a) 迴歸模型為： $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$ 時以 OLS 估計 α 與 β 的估計值。
b) 迴歸模型為： $Y_i - \bar{Y} = \gamma + \delta(X_i - \bar{X}) + \varepsilon_i$ 時以 OLS 估計 γ 與 δ 的估計值。