

淡江大學八十九學年度碩士班招生考試試題

系別：財務金融學系

科目：統計學

本試題共 1 頁

(每題均為十分，共十題)

1. Suppose X_1 and X_2 have a bivariate normal distribution with $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$, $\sigma_1^2 = 9$, $\sigma_2^2 = 4$ and correlation coefficient ρ_{12} . Let $Y = X_1 + X_2$ and $W = X_1 - X_2$.
 - Find the joint distribution of Y and W .
 - If $\rho_{12} = 0.5$, what is the conditional distribution of X_2 given $X_1 = 9$?
2. 兩公正骰子，每顆骰子的點數均為 1, 1, 3, 3, 6, 6。令 X 為兩骰子點數之和； Y 為兩骰子點數差之絕對值。求 $E(Y)$ 與 $E(XY)$ 。
3. Let X and Y be continuous random variables with joint probability density function given by $f(x, y) = 24xy$, if $0 < x, 0 < y, x+y < 1$, and zero otherwise.
 - Find $P[Y > 2X]$.
 - Find the marginal probability density function of X .
4. Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample from a normal distribution, $X_i \sim N(\theta, \sigma^2)$.
 - Find the maximum likelihood estimator $\hat{\theta}$ of θ .
 - Is the maximum likelihood estimator $\hat{\theta}$ an unbiased estimator of θ ?
5. a) 設樣本大小 $n = 2$ ，求常數 k ，使得 $S^2 = k(X_1 - X_2)^2$ 。
 - 令 $X_j = j$ ， $j = 1, 2, \dots, n$ ，計算 S^2 之值。
6. Consider the regression model with zero intercept, $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$, for which all classical assumptions hold. Find the best linear unbiased estimator of $\tilde{\beta}$ for β and variance of $\tilde{\beta}$.
7. 為調查都市與鄉村擁有汽車的比例，在都市抽取 100 戶中有 63 戶購置汽車，在鄉村抽取 125 戶中有 59 戶購置汽車。試問都市與鄉村擁有汽車的比例是否有顯著的差異？
 $\alpha = 0.05$
8. 臺北開往淡水捷運每隔 8 分鐘開一班。試問 a) 到達車站至少須等 3 分鐘才能搭上車的機率為何？b) 等車時間的期望值為何？
9. A nonnegative integer-valued random variable X has a cumulative distribution function of the form $F(x) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ for $x = 0, 1, 2, 3, \dots$ and zero if $x < 0$.
 - Find the probability density function of X .
 - Find $P[10 < X \leq 20]$.
10. 已知 50 個燈泡中有 2 個燈泡為不良品，若任取 5 個燈泡檢查且不放回。
 - 求至少有一個燈泡為不良品的機率？
 - 至少有一個燈泡為不良品的機率大於 0.5 時，最少需要檢查多少個燈泡？