

淡江大學 102 學年度碩士班招生考試試題

60-1

系別：統計學系

科目：統計學(含數理統計)

考試日期：3月10日(星期日) 第3節

本試題共 5 大題， 2 頁

本試題雙面印刷

一、(10%)

設 X 為連續型之隨機變數，且具有嚴格遞增之累積分配函數(c.d.f.) F ，令 $Y = F(X)$ ，則 (a) Y 具有何種分配？(b) 試求 $Z = -2 \log(1 - Y)$ 之分配(須註明分配名稱及參數)。

二、(24%)

設 X_1, \dots, X_n 為由均勻分配, $U(0, \theta)$ ，抽出之一組隨機樣本， Y_1, \dots, Y_n 為其順序統計量，且令 $R = Y_n - Y_1$ ， $T_n = n(\theta - Y_n)$ ，試求 (a) θ 之均勻最小變異數不偏估計量 (Uniformly Minimum Variance Unbiased Estimator)；(b) R 之機率密度函數(p.d.f.)；(c) T_n 之極限分配 (limiting distribution) (須註明分配名稱及參數)；(d) 利用 R ，求 θ 之 $100(1 - \alpha)\%$ 的信賴區間。

三、(24%)

設 X_1, \dots, X_n 為由常態分配, $N(\mu, \sigma^2)$ ，抽出之一組隨機樣本，且令 $\bar{X} = \sum_{j=1}^n X_j / n$ ， $S^2 = \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X})^2 / n$ ， $S = \sqrt{S^2}$ ，試求 (a) S^2 之變異數, $\text{Var}(S^2)$ ，及 (b) S 之變異數, $\text{Var}(S)$ ；(c) 若 μ 與 σ^2 均未知， α ($0 < \alpha < 1$) 為已知常數，試求 (1) β 使得 $P(\bar{X} \leq \beta) = \alpha$ ，(以適當符號表示)，並求 (2) β 之最概估計量 (Maximum Likelihood Estimator)。

四、(12%)

設隨機變數 X 之 p.d.f. 為 $f(x) = 1 + \theta^2(\frac{1}{2} - x)$, $0 < x < 1$, $-1 \leq \theta \leq 1$ ，為檢定

$H_0: \theta = 0$ v.s. $H_A: \theta \neq 0$ ，顯著水準為 α ，試求 (a) 其均勻最強力檢定 (Uniformly Most Powerful test)，(b) 此檢定之檢定力(power)。

五、(30%) 選擇題 (請選出最適當的答案，並寫在答案卷上)

1. 若 X, Y 兩隨機變數之相關係數為 ρ ，則下列敘述何者正確？(A) $0 \leq \rho < 1$ ，(B)

若 $\rho = 0$ ，則 X 與 Y 獨立，(C) 若 X 與 Y 獨立，則 $\rho = 0$ ，(D) X 與 Y 獨立

$\Leftrightarrow \rho = 0$ ，(E) 以上皆非。

2. 一般判斷估計量的好壞時，下列何者不是評估的依據？(A) 不偏性，(B) 一致性，(C) 有效性，(D) 唯一性，(E) 以上皆非。

3. 若 $\hat{\theta}$ 不是 θ 之不偏估計量，且其均方誤差為 $\text{MSE}(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2$ ，則均方誤差與 $\hat{\theta}$ 的

變異數 $\text{Var}(\hat{\theta})$ 之間的關係為：(A) $\text{MSE}(\hat{\theta}) = \text{Var}(\hat{\theta})$ ，(B) $\text{MSE}(\hat{\theta}) > \text{Var}(\hat{\theta})$ ，(C)

$\text{MSE}(\hat{\theta}) < \text{Var}(\hat{\theta})$ ，(D) $\text{MSE}(\hat{\theta}) = \text{Var}(\hat{\theta}) + E(\hat{\theta})$ ，(E) 以上皆非。

背面尚有試題

淡江大學 102 學年度碩士班招生考試試題

60-2

系別：統計學系

科目：統計學(含數理統計)

考試日期：3月10日(星期日) 第3節

本試題共 5 大題， 2 頁

4. 設由常態母體 $N(\mu, \sigma^2)$ 抽出一組隨機樣本 X_1, X_2, \dots, X_n ，為檢定假設 $H_0: \mu \leq \mu_0$; $H_1: \mu > \mu_0$ ，若 $\alpha = P(\text{型 I 誤差})$ ， $\beta = P(\text{型 II 誤差})$ ，且棄卻域為 $C = \{\bar{x} \geq c\}$ ，其中 \bar{x} 為樣本平均值，則當 c 值變小時，會使得：(A) α 與 β 同時變小，(B) α 與 β 同時變大，(C) α 變大， β 變小，(D) α 變小， β 變大，(E) 以上皆非。

5. 若一分配中，已知眾數為 12，中位數為 7，則平均數 μ 的範圍為 (A) $7 < \mu < 12$ ，(B) $\mu < 7$ ，(C) $\mu > 12$ ，(D) 不確定，(E) 以上皆非。

6. 下列何種設計較適用於不具交互作用之兩個因子的變異數分析？(A) 隨機化區集設計，(B) 因子設計，(C) 完全隨機化設計，(D) 隨機樣本設計，(E) 以上皆非。

7. 若對某種實驗結果影響因子 A 有四種水準，各種水準分別各做 6, 7, 8, 9 次實驗，部份 ANOVA 表如下：

變異來源	平方和	自由度	均方	比值
處理			58.46	
誤差				
總變異	297.76			

則誤差之自由度為何？(A) 25，(B) 26，(C) 29，(D) 30，(E) 以上皆非。

8. 續上題，總變異的自由度為何？(A) 25，(B) 27，(C) 29，(D) 30，(E) 以上皆非。

9. 續上題，檢定四組平均數是否有顯著差異，所用之檢定統計量具有何種分配？(A) 常態分配，(B) 卡方分配，(C) F 分配，(D) t 分配，(E) 以上皆非。

10. 續上題，其檢定統計值為何？(A) 0.20，(B) 1.43，(C) 4.71，(D) 12.41，(E) 以上皆非。