

系別：統計學系

科目：統計學

| | |
|-----------|--------|
| 准帶項目請打「V」 | |
| ✓ | 簡單型計算機 |

本試題共 二 頁

本試題分為兩部分：(每一小題 5 分)

(1) 中央極限定理 (The Central Limit Theorem)

(2) 型一誤差 (Type I Error)

- 全聯大統盃籃球賽，最後由 A 大學與 B 大學進入決賽，進行冠、亞軍爭奪戰，比賽規則定為：若有一校先贏 3 場，則比賽結束，而由該校贏得冠軍。今假定 A 大學籃球隊在每場比賽中獲勝的機率 $P=0.5$ ，試求冠、亞軍爭奪戰中兩隊需比賽場數 Y 之數學期望值 $E(Y)$ 為何？(10 分)
- 假設台灣東部外海地震帶在任何長為 t (單位：月) 的時間內發生地震的次數 $N(t)$ 服從參數為 λt 的波瓦松(Poisson) 分配，試：
 - 設 T 表示在該地震帶直到下一次地震發生之間隔時間，求 T 之分配函數 $F_T(t)$ 為何？(5 分)
 - 求在該地震帶相鄰兩個月內至少發生 2 次地震之機率？(5 分)
 - 求在該地震帶連續 6 個月內未發生地震之的情況下，在未來 6 個月內仍無地震發生之機率？(5 分)
- 假設隨機變數 X 之機率密度函數為 $f(x) = (\theta + 1)x^\theta$, $0 < x < 1$ ，其中 θ 為未知參數且知 $\theta > -1$ ，今自此母體抽出 (X_1, X_2, \dots, X_n) 等大小為 n 之簡單隨機樣本，試：
 - 以動差法求參數 θ 之估計量。(10 分)
 - 以最大概似法求參數 θ 之最大概似估計量(MLE)。(10 分)
- 假設 $0.50, 1.25, 0.80, 2.00$ 為來自某一母體分配之一組 $n=4$ 簡單隨機樣本資料。已知隨機變數 $Y = \ln X$ 服從平均數為 μ ，標準差為 1 之常態分配；即 $Y \sim N(\mu, 1)$ ，試：
 - 求隨機變數 X 之數學期望值 $E(X)=?$ (5 分)
 - 求 μ 之 95% 信賴區間？(5 分)
 - 若設 $E(X)=A$ ，求 A 之 95% 信賴區間？(5 分)
- 為檢驗甲城市中具有大學畢業的成人比例是否為 $P=0.4$ ，今自該城市中隨機抽選出 150 位成年人，令 X 為此 150 位成人中具有大學畢業的人數，並且規定若 $48 \leq X \leq 72$ ，則接受甲城市中具有大學畢業的成人比例為 $P=0.4$ ；否則，不認為甲城市大學畢業的成人比例為 $P=0.4$ 。在上述的檢定規則下，試：
 - 對於檢定 $H_0: P=0.4, H_1: P \neq 0.4$ 問題，求發生型一誤差的機率為何？(6 分)
 - 對於(1)之檢定問題，若 $H_1: P=0.32$ ，求發生型二誤差的機率為何？(6 分)
- 設因變數 Y 與自變數 X 具有直線迴歸關係如下 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ，而 ε_i 為獨立且 $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ ，試根據下列樣本資料 ($n=5$):

| | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|
| x_i | 1 | 4 | 5 | 7 | 8 |
| y_i | 8 | 6 | 2 | 3 | 2 |

- 求出此迴歸關係之最小平方估計方程式 $\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$ 。(6 分)
- 試求斜率 β_1 之 95% 信賴區間。(4 分)
- 試求當 $X=10$ 時，平均反應值 $E(Y | x=10)$ 之估計值 $\hat{Y}_{x=10}=?$ 又 $\hat{v}(\hat{Y}_{x=10})$ 之值為何？(4 分)
- 試求判定係數 r^2 之值？又此兩變數 X 與 Y 之樣本相關係數 $r_{xy}=?$ (4 分)

本試題雙面印製

淡江大學 95 學年度碩士班招生考試試題

132-2

系別：統計學系

科目：統計學

| | |
|-----------|--------|
| 准帶項目請打「√」 | |
| √ | 簡單型計算機 |

本試題共 二 頁

標準常態分配之右尾累積機率

$$P(Z \geq Z_{\alpha}) = \int_{Z_{\alpha}}^{\infty} f(x)dx = \alpha$$

| | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5556 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8314 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9098 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9308 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9618 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9939 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9942 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |

表 T2 t 分配之臨界值: $t_{\alpha}(v)$

$$P(T \geq t_{\alpha}(v)) = \int_{t_{\alpha}(v)}^{\infty} f(v; v)dx = \alpha$$

| d.f. | $t_{.100}$ | $t_{.050}$ | $t_{.025}$ | $t_{.010}$ | $t_{.005}$ |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 1 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.656 |
| 2 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 |
| 3 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 |
| 4 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 |
| 5 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 |
| 6 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 |
| 7 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 |
| 8 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 |
| 9 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 |
| 10 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 |
| 11 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 |
| 12 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 |
| 13 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 |
| 14 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 |
| 15 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 |
| 16 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 |
| 17 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 |
| 18 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 |
| 19 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 |
| 20 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 |
| 21 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 |
| 22 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 |
| 23 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 |
| 24 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 |
| 25 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 |
| 26 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 |
| 27 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 |
| 28 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 |
| 29 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 |
| ∞ | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 |