

## 淡江大學九十二學年度碩士班招生考試試題

系別：統計學系

科目：統計學

准帶項目請打「○」否則打「×」	
○	簡單型計算機

本試題共 / 頁

※ 計算請詳述計算過程、證明請詳列證明步驟，否則不予計分※

- 某私立大學生輔組老師研究學校學生在課餘時間有兼差工作之比例數，今隨機抽取 100 位學生，其中有 50 位是有兼差，請問
  - 估計此私立大學學生兼差比例之點估計值？(5%)
  - 求學生兼差比例之 95% 信賴係數下的誤差界限？(5%)
  - 求學生兼差比例之 90% 信賴區間？(5%)
- 請寫出簡單線性迴歸模型及其相關的假設，並說明模型中何者為應變數，何者為自變數，何者為誤差項及那些東西需要估計。(15%)
- 估計常態母體平均數  $\mu$  之 95% 誤差界限為 2.5，此時所取的樣本數是 108 個，請問若估計常態母體平均數  $\mu$  之 90% 誤差界限為 3 時，則樣本數應取多少？(10%)
- 當真正的模式是  $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3$  時，卻假設被要求的線性模式是  $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 x$ 。現在假如我們利用在  $x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  中  $Y$  的觀測值去估計被要求的線性模式中  $\beta_0$  和  $\beta_1$ ，則試求  $\beta_0$  和  $\beta_1$  的估計量之偏差(bias)。(5%)
- 從某一常態母體中抽樣得到以下數據， $n = 8$ ， $\bar{x} = 4.65$ ， $s^2 = 0.0925$ 。請在顯著水準 5% 下，檢定該常態母體的平均數是否為 4.3。(  $t_{0.025}(7) = 2.365$ ,  $t_{0.05}(7) = 1.895$ ,  $t_{0.025}(8) = 2.306$ ,  $t_{0.05}(8) = 1.860$  )。(15%)
- 假設  $X_1, X_2, \dots, X_n$  為來自於  $N(\mu, \sigma^2)$  的一組隨機樣本，
  - 試用最大似然法(maximum likelihood method)求  $\mu$  及  $\sigma^2$  的估計量  $\hat{\mu}$  及  $\hat{\sigma}^2$ 。(10%)
  - 請問(1)所求得的估計量是否為  $\mu$  及  $\sigma^2$  的不偏估計量，若不是不偏，請求其偏差。(10%)
  - 求  $\hat{\sigma}^2$  的變異數。(10%)
- 假設  $X_1, X_2, \dots, X_n$  為來自於 Weibull 分配具有累積分配函數(cumulative distribution function)為

$$F(x) = 1 - \exp(-\alpha x^\beta), \quad x > 0, \alpha > 0, \beta > 0,$$

的一組隨機樣本，而  $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$  為其對應的有序統計量(order statistics)。

- 證明  $E[F(X_{(i)})] = \frac{i}{n+1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。(5%)
- 證明  $E[-\ln(1 - F(X_{(i)}))] = \sum_{j=i}^n \frac{1}{n-j+1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。(5%)