淡江大學九十一學年度碩士班招生考試試題

系別：統計學系

科目：統　計　學

准帶項目請打「○」否則打「x」	
計算機	字典
O	X

本試題共　二　頁

一、敘述或定義下列統計名詞或定理：　(每一小題 6 分)

(1).契比雪夫定理 (Chebyshev's Theorem)　　(2).中央極限定理 (The Central Limit Theorem)

(3).顯著水準 (Significant Level)

二、從一含有編號爲 1, 2, 3 三球之袋中，以不放回方式抽取樣本數爲 2 的樣本。令 X 表示第一次抽出球的號碼； Y 表示抽出兩球中較大的號碼，試求：

(1) 求 X 與 Y 的聯合間斷機率分配函數 $f(x, y)$ 爲何？ (6分)

(2) 求 $P(X=1 \mid Y=3)$ 之值？ (6分)

(3) 求 $Cov(X, Y)$ 之值？ (6分)

三、假設台北車站春假台鐵火車列車預售票的購票者自進入等候區至買完車票離開，需時 X 分鐘；而排隊等候至輪到他購買車票時，需時 Y 分鐘。 現已知 X 和 Y 有如下的聯合機率分配

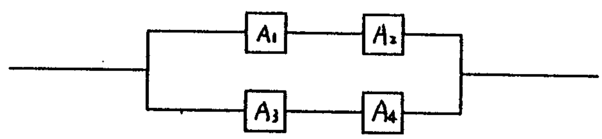
$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-x}, & 0<y<x<\infty \\ 0, & o.w. \end{cases}$$

試：(1) 分別求 X 和 Y 得邊際 (marginal) 機率分配。 (6分)

(2) 若已知 小李 自進入等候區至買完車票離開所需時間少於 10 分鐘，問他至少需等候 5 分鐘才輪到他被服務的機率爲若干？ (5分)

(3) 求台北車站春假台鐵火車列車預售票的購票者的平均被服務時間。 (5分)

四、假設某系統設備含有 A_1，A_2，A_3 和 A_4 等四個組件，其中 A_1 和 A_2 串聯，A_3 和 A_4 串聯，然後兩者再並聯如下圖：



又 Y_i 表示組件 A_i　$i=1,2,3,4$ 之壽命，且 Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 互相獨立且均有相同之指數分配

$$f(y)=\begin{cases} \frac{1}{100} e^{-\frac{y}{100}}, & y \ge 0 \\ 0, & o.w. \end{cases}$$

試求：(1) 該系統設備之壽命 X 之機率分配 $f(x)$ 爲何? (10分)

(2) 該系統設備之壽命 X 之期望值 $E(X)$ 與 變異數 $Var(X)$ 之值。 (6分)

五、設 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 爲抽自常態母體 $N(0, \theta)$ 之一組大小爲 n 的隨機樣本，其中 θ 爲一未知參數且 $\theta>0$。試證明對檢定 $H_0: \theta=\theta_0$ vs $H_1: \theta>\theta_0$ 在顯著水準爲 α 下之均勻最強力檢定 (uniformly most powerful test) 的棄卻域爲 $C=\{\sum X_i^2 \ge k\}$，其中 k 爲常數。 (12分)

淡江大學九十一學年度碩士班招生考試試題

系別：統計學系　　　　科目：統計學　　　　140-2

准帶項目請打「○」否則打「×」	
計算機	字典
○	×

本試題共 二 頁

六、小明投擲一枚十元硬幣 (設出現正面之機率爲 p，$0<p<1$)，以隨機變數 X 表示出現正面的次數，則 X 之機率分配爲 $f(x;p)=\begin{cases} p^x(1-p)^{1-x}, & x=0, 1 \\ 0, & o.w. \end{cases}$

今小明連續投擲該枚十元硬幣 n 次，分別以 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 表示其結果。請根據此資料替小明解答下列問題。

(1) 試求 $\tau(p)=p(1-p)$ 的最概估計式(MLE)。　(5分)

(2) 試求 p 的完備充分統計量(complete sufficient statistic)。　(5分)

(3) 試問 $\tau(p)=p(1-p)$ 之 UMVUE 是否存在?若存在，請求出。　(5分)

(4) 試求 $\tau(p)=p(1-p)$ 之無偏估計式的變異數之 Cramer-Rao 下界。　(5分)