

淡江大學 101 學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學學系

科目：微 積 分

考試日期：2月26日(星期日) 第2節

本試題共 9 大題， 1 頁

※請詳列計算過程，否則不予計分※

1. 使用極限的定義證明 $\lim_{x \rightarrow 2}(2x + 3) = 7$ (10%)
2. 求下列函數之導數：(a) $f(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$; (10%)
 (b) $f(x) = \frac{(x+1)^3(2x+3)^{1/2}}{(x^2+1)^2(x^2+2)^4}$ (10%)
3. 設可微分函數 $y(x)$ 滿足 $x^2y + xy^2 - 2x^2 + y = 7$ ，試求 y 之導數 $y'(x) = ?$ (10%)
4. 求下列之極限值： $\lim_{x \rightarrow 0}(1+x)^{1/x}$ (10%)
5. 使用數學歸納法證明 $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (10%)
6. 已知函數 $f(x) = pq^{x-1}$, $q = 1 - p$, $0 < p < 1$, $x = 1, 2, \dots$ 求 $\sum_{x=1}^{\infty} x^2 f(x) = ?$ (10%)
7. 證明 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln n}{n}$ 收斂 (10%)
8. 求 $\int x^2 \exp(2x) dx$ 之值 (10%)
9. 某建設公司每年之固定經費為 200 萬元，每建一棟房屋須花費 120 萬元，請每建 x 棟房屋須繳納稅金 $x^2/2$ 萬元，問該公司每年應建若干棟房屋方可使平均成本最低 (10%)