

淡江大學九十四學年度碩士班招生考試試題 166

系別：管理科學研究所

科目：微 積 分

准帶項目請打「V」

X 簡單型計算機

本試題共 1 頁

**不得在本試題紙上作答，否則不與計分

1. 試求下列各函數的定義域與值域：(10分，每小題：5分)

(1) $y = \sqrt{\frac{x+3}{x-4}}$, (2) $y = |x^2 - 4|$

2. 試求下列各極限：(20分，每小題：5分)

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{\sqrt{x}}}{x-2}$, (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x}}{x+1} - \frac{x^2-x}{x^4-1} \right)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^{2x})^{1/x}$, (4) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{y \sin x}{x}$

3. 試求下列各微分或偏微分；並化簡，若須要：(20分，每小題：5分)

(1) $\frac{1}{x+y} = x+y$, 求 $\frac{dy}{dx}$

(2) $y = \ln \frac{\tan x}{1 + \sec x}$, 求 $\frac{dy}{dx}$

(3) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, 求 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

(4) 假設 $z = f(x, y)$, $x = ue^v$, $y = ue^{-v}$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial u^2}$ (請用 u, v, f_{xx}, f_{yy} 或 f_{yy} 表示)

4. 試求下列各積分：(20分，每小題：5分)

(1) $\int_2^3 \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-1}}$, (2) $\int_{-1}^1 \sqrt{4+|x|} dx$

(3) $\int_0^e x^2 \ln x dx$, (4) $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{1+x^2}$, 求 $y = ?$

5. (10分) 假設函數 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 試求其極點與反曲點，並作圖。6. (10分) 令 S 表 $y = 4 - x^2$ 與 $y = 0$ 所圍成的區域，試求 $\iint_S \frac{2y-1}{x^2-1} dx dy$

7. (10分) 已知某城市人口 5000 人，經過一年人口成長為 6000 人，假設人口成長為指數函數，試問多少年後人口變為 10000 人？