

# 淡江大學九十三年學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學研究所

科目：微 積 分

准帶項目請打「○」否則打「×」
簡單型計算機
×

本試題共 | 頁

1. (36%) 試求下列各極限、積分或級數之值： (每小題 6 分)

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$ ，其中  $a > 0$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + 2e^{1/x})^x$

(d)  $\sum_{x=1}^{\infty} \frac{1}{x(x+1)}$

(e)  $\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

(f)  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|} dx$

2. (10%) 試求  $\frac{\ln x}{x}$  的極大值，其中  $x > 0$ ，並證明  $\pi^e < e^\pi$ 。

3. (15%) 設二相異商品之需求量为  $x$  和  $y$ ，其單位價格分別為  $p$  及  $q$ 。若市場之需求函數滿足  $p = 36 - 3x$  及  $q = 40 - 5y$ ，而成本函數為  $C = x^2 + 2xy + 3y^2$ ，試求獲得最大利潤之產量、價格及最大利潤。

4. (12%) 若  $A$  表  $xy = 16$ ,  $y = x$ ,  $y = 0$  和  $x = 8$  所圍之區域，試求  $\int \int_A x^2 dx dy$ 。

5. 令  $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx$  和  $B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx$ ，其中  $a > 0$  和  $b > 0$ 。

(a) (5%) 證明  $\Gamma(a) = (a-1)\Gamma(a-1)$ 。

(b) (10%) 證明  $B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$ 。

6. (12%) 設  $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ ，求  $f(x)$  的馬克勞林級數 (Maclaurin's series)。