

# 淡江大學八十八學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學學系

科目：微積分

本試題共 / 頁

一. 試求下列各極限值. (18%)

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x^2-1} \right)^x$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-(1+x)^{\frac{1}{x}}}}{x}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt \right)$

二. 試求下列各積分. (18%)

(a)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} dx$

(b)  $\int_0^6 \min\{x^2, 2x+3\} dx$

(c)  $\int_0^1 (x-x^2)^{\frac{3}{2}} dx$

三. 已知一內切於正圓錐內之球的半徑為'a', 若要使正圓錐之體積最小, 則正圓錐之半徑及高度為何? (10%)

四. 試求函數  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{2x+1}$  之 (a) 極值與反曲點. (b) 漸近線. (c) 作圖. (15%)

五. 設函數  $F(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$   
試求二階偏導數  $F_{12}(0, 0)$  及  $F_{21}(0, 0)$ . (12%)

六. 設某公司的生產函數為  $f(x, y) = 100 x^{0.6} y^{0.4}$ , 其中 x 表勞力單位數, y 表資本單位數. 若每單位勞力成本為 150 元, 每單位資本之成本為 250 元, 而勞力與資本的總預算為 50,000 元. 試求 (a) 此公司之最大生產量. (b) 其貨幣的邊際生產力. (c) 若有 70,000 元可供勞力與資本運用, 則其最大生產量又為何? (利用 (b) 之結果求解). (15%)

七. 設  $f(x, y) = x^2 y$ ,  $A = \{(x, y) \mid (x-1)^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$ . 試求  $\iint_A f(x, y) dx dy$  之值. (12%)