

系別：管理科學研究所

科目：統計學

准帶項目請打「V」

✓

簡單型計算機

本試題共 3 頁 -1

1. 設隨機變數  $X$  和  $Y$  的平均數，變異數和相關係數分別為  $\mu_X$ ， $\mu_Y$ ， $\sigma_X^2$ ， $\sigma_Y^2$  和  $\rho_{XY}$ 。

(1) 令  $U = aX + b$ ， $V = cY + d$ ，其中  $a$ ， $b$ ， $c$ ， $d$  為常數且  $ac > 0$ 。試求  $U$  和  $V$  的相關係數  $\rho_{UV}$ 。(7分)

(2) 令  $W = X + Y$ ， $Z = X - Y$ ，試問在什麼條件下， $W$  和  $Z$  的相關係數  $\rho_{WZ} = 0$ 。(8分)

2. 某校教師為瞭解管理學院學生平均每天電腦上機的時間，乃從管理學院中隨機抽訪  $n$  位學生，詢問他們過去一星期平均每天上機時間，得到  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 。設  $\mu$  為一已知正值，令

$$Y_i = \begin{cases} 1, & \text{若 } X_i > \mu, \\ 0, & \text{若 } X_i \leq \mu, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

(1) 試問  $\sum_{i=1}^n Y_i$  代表什麼意義？(5分)

(2) 試寫出  $\sum_{i=1}^n Y_i$  的機率分配。(5分)

(3) 該教師依其對學生的觀察，認為該院學生過去一星期平均每天上機時間超過  $\mu$  的比例為 30%。假設此項判斷是正確的，試問在隨機抽取的 36 位學生樣本中，有 12 位或以上其平均每天上機時間超過  $\mu$  的機率為何？(提示：需做連續性修正 (correction for continuity)) (8分)。

3. 已知隨機變數  $X$  的機率質量函數 (p. m. f.)  $f(x|\theta)$ ， $\theta \in \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{4} \right\}$ ，如下：

$x$	0	1	2	3	4	5
$f(x \frac{1}{2})$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
$f(x \frac{3}{4})$	$\frac{1}{1024}$	$\frac{15}{1024}$	$\frac{90}{1024}$	$\frac{270}{1024}$	$\frac{405}{1024}$	$\frac{243}{1024}$

(1) 從該分配中隨機取出一個樣本，試以此樣本求參數  $\theta$  的最大概似估計值 (MLE)。(8分)

(2) 欲檢定  $H_0: \theta = \frac{1}{2}$ ，其對立假設為  $H_1: \theta = \frac{3}{4}$ ，乃從該分配中隨機取出一個樣本。設顯著水準為  $\alpha = \frac{6}{32}$ ，試寫出該檢定的所有可能棄卻域 (rejection region)，並從其中找出最好的棄卻域。(8分)

本試題雙面印製

# 淡江大學 95 學年度碩士班招生考試試題

系列：管理科學研究所

科目：統計學

准帶項目請打「V」	
V	簡單型計算機

本試題共 3 頁 - 2

4. 某牌瓶裝飲料製造公司標示其飲料平均容量為 250c. c.，消基會接到消費者申訴電話說：該牌瓶裝飲料平均容量不是 250c. c.。消基會人員從市面上隨機抽取 9 瓶該牌飲料樣本，量得其平均容量為 249.58c. c.，標準差為 3c. c.。
- (1) 試寫出消基會欲檢定之虛無及對立假設。(5 分)
  - (2) 要做(1)之檢定，需要什麼條件。(5 分)
  - (3) 若顯著水準取  $\alpha = 0.05$ ，試寫出檢定的棄卻規則，並根據此規則，消基會應做何種結論？(8 分)
  - (4) 試求出該牌瓶裝飲料全體平均容量的 95% 信賴區間，並依此信賴區間做(1)的檢定，試問其結果是否與(3)的結論相同？(8 分)

5. 某公司欲建立一模型，以利用廣告費用來預測銷售額。下表為隨機抽取過去 9 週的資料：(單位為萬元)

廣告費(x)	12	8	10	13	7	8	10	6	9
銷售額(y)	101	92	110	120	90	82	93	75	91

經計算，得到

$$\sum_{i=1}^9 x_i = 83, \quad \sum_{i=1}^9 y_i = 854, \quad \sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2 = 41.556, \quad \sum_{i=1}^9 (y_i - \bar{y})^2 = 1508.889, \quad \sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 217.222.$$

假設其迴歸模型為  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ，其中  $\beta_0, \beta_1$  為參數，而  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$  且獨立， $i = 1, 2, \dots, 9$ 。

- (1) 試根據上述資料，求出此模型的估計式  $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ ，並解釋迴歸係數  $\hat{\beta}_1$  值所代表的意義。(8 分)
- (2) 為檢定上述線性迴歸模型是否適當，乃從事變異數分析，得到下列 ANOVA 表：

變源	平方和	自由度	均方和	F 值	P 值
迴歸	(a)	(c)	1135.480	(f)	0.002
殘差	(b)	7	(e)		
總和	1508.889	(d)			

- (i) 試依序寫出表中(a), (b), ..., (f)的值。(7 分)
- (ii) 表中 P 值是如何得到的(寫出式子即可)? 又若檢定的顯著水準取為  $\alpha = 0.01$ ，則根據該 P 值你的結論為何?(請寫出檢定的虛無和對立假設，以及檢定結果)。(5 分)
- (iii) 試求出判定係數 (coefficient of determination)  $R^2$  值，並說明該值所代表的意義。(5 分)