

淡江大學九十四學年度碩士班招生考試試題¹⁶⁷¹

系別：管理科學研究所

科目：統計學

准帶項目請打「V」

✓

簡單型計算機

本試題共 3 頁 P.1

※本試卷題後附有統計表

1. 下題各題，何者為對？何者為錯？對的請在答案紙上寫“○”，錯的請寫“X”，並說明理由或更正之（注意：答案紙上，題號必須標示清楚）。（每小題3分，共15分）

- (1) 設 A 和 B 為兩個事件 (events)，如果 $A \cap B$ 的機率為 0，即 $P(A \cap B) = 0$ ，則 A 和 B 為獨立事件。
- (2) 設 X 和 Y 為兩個隨機變數，其相關係數為 ρ 。若 X 和 Y 獨立，則 $\rho = 0$ ；反之，若 $\rho = 0$ ，則 X 和 Y 獨立。
- (3) 某品牌罐裝飲料全體平均容量 μ 的 95% 信賴區間為 (249.184, 249.972)，其意義是說該品牌飲料全體平均容量 μ 落在區間 (249.184, 249.972) 內的機率為 0.95。
- (4) 某型電腦每月故障的次數 X 為具有平均數 λ 的波氏分配 (Poisson distribution)，而每月故障的修理費用為 $C = 3X + X^2$ ，則其期望修理費用， $E(C)$ ，為 $E(C) = 3\lambda + \lambda^2$ 。
- (5) 有一母體，其平均數為 μ ，變異數為 σ^2 。假設 X_1, X_2, X_3 為由該母體所取出的一組隨機樣本，令 $\bar{X}_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$ ， $\bar{X}_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}$ ， $\bar{X}_3 = \frac{3X_1 + 2X_2 + X_3}{6}$ ，則 \bar{X}_1 ， \bar{X}_2 和 \bar{X}_3 均為 μ 的不偏估計式，且 $Var(\bar{X}_1) > Var(\bar{X}_2) > Var(\bar{X}_3)$ ，其中 $Var(\bar{X}_i)$ 表示統計量 \bar{X}_i ， $i=1,2,3$ 的變異數。

2. 設 $(X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n_1})$ 和 $(X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n_2})$ 分別為由兩個獨立的常態母體 $N(\mu_1, \sigma^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma^2)$ 所取出的 n_1 和 n_2 個隨機樣本。令

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}}{n_i}, \quad S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n_i - 1}, \quad i=1,2.$$

試寫出下列各量的機率分配名稱（若為常態分配，則一併寫出其平均數和變異數；若為 t 分配、 χ^2 分配或 F 分配，則一併寫出其自由度）。（每小題5分，共20分）

(1) \bar{X}_1 (2) $\frac{\sqrt{n_2}(\bar{X}_2 - \mu_2)}{S_2}$ (3) $\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{\sigma^2}$ (4) $\frac{S_1^2}{S_2^2}$

3. 令 p 表示某大學某學院學生學期中工讀的比例。今欲以抽樣方法來估計 p 值，並希望估計之誤差界限小於 0.03 的可靠度達 0.95。

- (1) 若沒有任何先驗情報 (prior information)，試問應抽取多少位學生做調查？(5分)
- (2) 根據(1)的結果，對該院學生隨機抽樣，得知其中有工讀者 267 位，試求 p 的點估計值 (point estimate) 及 95% 的信賴區間。(5分)
- (3) 該院某教師宣稱依其判斷有三成學生參加工讀，試根據(2)所得的信賴區間，檢定該教師的宣稱是否正確？取顯著水準 $\alpha = 0.05$ 。(3分)
- (4) 你在回答第(1)–(3)題時，有何假設？又使用了統計學上的什麼定理？(3分)

◀ 注意背面尚有試題 ▶

淡江大學九十四學年度碩士班招生考試試題 ⁽¹⁾⁻²

系別：管理科學研究所

科目：統計學

准帶項目請打「V」	
✓	簡單型計算機

本試題共 3 頁 ^{P. 2}

4. 假設某電子產品的壽命服從常態分配，平均數為 μ ，變異數為 1600。欲檢定 $H_0: \mu \geq 800$ ，其對立假設為 $H_1: \mu < 800$ ，仍從該產品母體中隨機取出 36 個樣本，得到樣本平均數 $\bar{x} = 787$ 。
- (1) 試求該檢定的 p 值 (p-value)。(5 分)
- (2) 試根據 (1) 的結果回答：若顯著水準 α 取為 $\alpha = 0.05$ ，則結論為何？若 $\alpha = 0.01$ ，則結論又如何？(5 分)

5. 某高科技公司有 A、B、C 三個部門，從各部門中隨機取出若干個員工樣本，得到其學歷（大學、研究所）與性別之資料如下：

		部門		
		A	B	C
大學	男	40	26	24
	女	24	16	20
研究所	男	18	38	34
	女	22	12	26

在 $\alpha = 0.05$ 下，分別對下列檢定問題寫出對應的虛無假設及檢定結果。

- (1) 大學生中，部門與性別是否有獨立性？(8 分)
- (2) 各部門中，大學畢業生所佔的比例是否有一致性？(8 分)
- (3) 資料是否顯示具研究所學歷者在各部門所佔的比例相同？(8 分)
6. 欲建立房子坪數 (y) 對家庭收入 (x_1)，人口數 (x_2) 及家長教育程度 (x_3) 的複迴歸模式，隨機抽取 10 個家庭為樣本，並將資料做適當運算，得到下列的變異數分析 (ANOVA) 表。

變異來源	平方和(SS)	自由度(DF)	均方和(MS)	F 值	p 值
迴歸 (SSR)	(a)	(b)	(d)	(f)	0.0018
誤差 (SSE)	99.43	(c)	(e)		
總和 (SSTO)	1049.60	9			

- (1) 請完成上列的 ANOVA 表，即依序寫出(a), (b), ..., (f)的值。(6 分)
- (2) 試求出判定係數 (coefficient of determination) R^2 值，並說明其意義。(5 分)
- (3) 在 $\alpha = 0.05$ 下，檢定 $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ ，其中 β_i 表示第 i 個預測變數 x_i 的迴歸係數， $i = 1, 2, 3$ 。試問檢定結果為何？又它是否表示每個預測變數都有預測能力？(4 分)

淡江大學九十四學年度碩士班招生考試試題 101-3

系別：管理科學研究所

科目：統計學

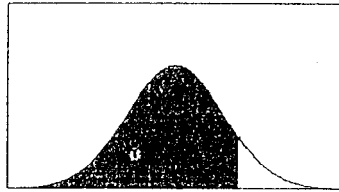
准帶項目請打「V」

簡單型計算機

本試題共 3 頁 1.3

表1.常態分配表

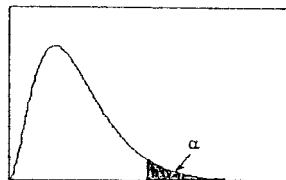
$$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



z 的小數點第二位										
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817

表2.卡方分配表

$$P(\chi_k^2 \geq \chi_{k,\alpha}^2) = \alpha$$



自由度	α 單尾顯著水準							
	0.99	0.975	0.95	0.9	0.1	0.05	0.025	0.01
1	0.0002	0.0010	0.0039	0.0158	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349
2	0.0201	0.0506	0.1026	0.2107	4.6052	5.9915	7.3778	9.2103
3	0.1148	0.2158	0.3518	0.5844	6.2514	7.8147	9.3484	11.3449
4	0.2971	0.4844	0.7107	1.0636	7.7794	9.4877	11.1433	13.2767
5	0.5543	0.8312	1.1455	1.6103	9.2364	11.0705	12.8325	15.0863
6	0.8721	1.2373	1.6354	2.2041	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119
7	1.2390	1.6899	2.1674	2.8331	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753
8	1.6465	2.1797	2.7326	3.4895	13.3616	15.5073	17.5346	20.0902
9	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660
10	2.5582	3.2470	3.9403	4.8652	15.9872	18.3070	20.4831	23.2093