

# 淡江大學九十三年學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學研究所

科目：統計學

准帶項目請打「○」否則打「×」

簡單型計算機

本試題共 二 頁 P1

本試題雙面印製

一、敘述或定義下列統計名詞：(每一小題 4 分)

- (1) 參數 (Parameter)      (2) 中央極限定理 (The Central Limit Theorem)      (3) 檢定力 (Power)

二、自某一母體中抽取 10 個樣本資料如下：60, 80, 75, 20, 95, 35, 50, 65, 75, 55

試求此樣本資料之下列有關統計數值：(每一小題 4 分)

- (1) 平均數      (2) 標準差      (3) 第 90 個百分位數值

三、王小明參加歡樂電視節目中的機智問答比賽，該機智問答比賽有 1 和 2 兩道題目，他可以選擇回答的次序。若他決定先回答問題  $i$ ,  $i=1, 2$ ，則只有在答對的情況下才能繼續回答問題  $j$ ,  $j \neq i$ ；否則就結束比賽。比賽者答對問題  $i$  可得獎金  $R_i$  元,  $i=1, 2$ 。因此，如果他兩個題目都答對了，他將可得獎金  $R_1 + R_2$  元。今假設他答對題目  $i$  的機率為  $P_i$ ,  $i=1, 2$ ；且假設他答對題目 1 和題目 2 的事件為獨立事件。

(1) 試問他應該如何選擇答題次序，方能使其期望獎金為最大？(8 分)

(2) 若王小明的狀況是： $P_1 = 0.8$ ,  $P_2 = 0.6$ ,  $R_1 = 100$ ,  $R_2 = 200$  時，他應該先選題目 1？還是先選題目 2 作答呢？才能使他的期望獎金為最大。請寫出理由。(8 分)

四、設  $X_1, X_2, X_3, X_4$  為四個相互獨立而且具有相同分配的隨機變數，其分配為如下之波瓦松(Poisson)分配：

$$f(x) = \frac{1^x e^{-1}}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots, \text{其中 } e^{-1} \cong 0.37.$$

(1) 試求出此  $X_1, X_2, X_3, X_4$  四個隨機變數之聯合機率分配  $f_{X_1, X_2, X_3, X_4}(x_1, x_2, x_3, x_4) = ?$  (6 分)

(2) 試求  $X_1=3, X_2=1, X_3=2, X_4=1$  出現之機率為何？即求  $P(X_1=3, X_2=1, X_3=2, X_4=1) = ?$  (6 分)

(3) 試求  $X_1, X_2, X_3, X_4$  中恰有一個觀測值是 0 之機率為何？(6 分)

五、設  $X_1, X_2, \dots, X_n$  係由機率分配函數為  $f(x; p) = (1-p)^{x-1} p$ ,  $x=1, 2, 3, \dots$ ,  $0 < p < 1$  的幾何分配中抽出之一組大小為  $n$  的隨機樣本，試求參數  $p$  之最概估計式  $\hat{p}$ 。(10 分)

六、根據一項試車結果，甲汽車製造廠宣稱該廠新型 1600cc 小汽車可使每公升汽油平均至少行駛 13 公里。已知該型小汽車全體每公升汽油行駛里程之標準差為  $\sigma = 3$  公里/公升。消基會想以統計方法檢定該汽車製造廠之宣稱，乃隨機抽取該廠新型 1600cc 小汽車 36 部試驗，得樣本數據資料  $\bar{x} = 11.8$  公里/公升。試：

(1) 請寫出消基會所欲做之檢定假設 (即統計檢定之虛無假設及對立假設)。(4 分)

(2) 若欲取顯著水準  $\alpha = 0.05$  以檢定(1)之假設，此檢定的危險域(Critical Region)為何？(4 分)

(3) 請根據消基會之抽樣資料，且取顯著水準  $\alpha = 0.05$  以檢定(1)之假設，則檢定之結論為何？(4 分)

(4) 上述的檢定問題中，若正確的平均行駛里程數為  $\mu = 12$  公里/公升，且檢定者希望有 95% 機會察覺  $\mu < 13$  公里/公升之結論，則樣本應抽多少才能滿足檢定者希望？(4 分)

◀ 注意背面尚有試題 ▶

# 淡江大學九十三年學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學研究所

科目：統計學

准帶項目請打「○」否則打「×」
簡單型計算機

本試題共 二 頁 P2

七、欲了解變數  $X$  對於某一變數  $Y$  的影響狀況，最簡單的模式假設為  $Y = A + BX + \varepsilon$ ，其中  $A$ 、 $B$  為待估計之參數(Parameters)，而  $\varepsilon$  為一常態隨機變數。今隨機抽取一組大小為  $n$  之隨機樣本(Random Sample)  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ 。則：

- (1) 欲使  $\sum_{i=1}^n (Y_i - (A + BX_i))^2$  達到最小的條件方程式 (Normal Equations) 為何？ (4分)
- (2) 若  $A$  與  $B$  的最小平方估計式 (Least Square Estimator) 別為  $a$  與  $b$ ，則  $a = ?$   $b = ?$  (4分)
- (3) 若  $\varepsilon$  之變異數為  $\sigma^2$ ，則  $\sigma^2$  之最小不偏估計式 (Least Square Unbiased Estimator) 為何？ (4分)
- (4) 設  $X$  與  $Y$  之相關係數  $\rho_{xy}$  之估計式為  $r$  (即樣本相關係數)，則  $r = ?$  (4分)

附統計值：

設隨機變數  $Z$  且  $Z \sim N(0, 1)$ ，並記符號  $Z_\alpha$  的意義如下： $P(Z > z_\alpha) = \alpha$ ，則給予下列

統計值資料： $Z_{0.10} = 1.28$ ， $Z_{0.05} = 1.645$ ， $Z_{0.025} = 1.96$ ， $Z_{0.01} = 2.33$ ， $Z_{0.005} = 2.58$