

淡江大學九十學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學學系

科目：統計學

准帶項目請打「○」否則打「×」	
計算機	字典
○	×

本試題共 3 頁 /

本試題雙面印製

共四大題, 其中 C, D 任選一題

設 X, Y, Z 分別表標準常態分佈 $N(0,1)$, $t(n)$ (自由度 n 之 t 分佈) 及 $\chi^2(n)$ (自由度 n 之卡方分佈) 之隨機變數, 以 $z_p, t_p(n), \chi_p^2(n)$ 表數值滿足 $P(X \leq z_p) = p, P(Y \leq t_p(n)) = p, P(Z \leq \chi_p^2(n)) = p$. 下列數值可自選用.

$z_{0.95} = 1.65$	$t_{0.95}^{(2)} = 2.92$	$t_{0.95}^{(3)} = 2.35$	$t_{0.95}^{(4)} = 2.13$	$t_{0.95}^{(8)} = 1.86$	$t_{0.95}^{(9)} = 1.83$	$t_{0.95}^{(10)} = 1.81$
$z_{0.975} = 1.96$	$t_{0.975}^{(2)} = 4.30$	$t_{0.975}^{(3)} = 3.18$	$t_{0.975}^{(4)} = 2.78$	$t_{0.975}^{(8)} = 2.31$	$t_{0.975}^{(9)} = 2.26$	$t_{0.975}^{(10)} = 2.23$
$\chi_{0.025}^{(4)} = 0.48$	$\chi_{0.975}^{(4)} = 11.1$	$\chi_{0.025}^{(5)} = 0.83$	$\chi_{0.975}^{(5)} = 12.8$			

以下各題儘求答題完整得分較高

A.

(A1) 何謂充分統計量(sufficient statistics), 如何判定某一統計量為充分統計量, 並分別舉例說明. 5 分

(A2) 充分統計量在點估計問題上有什麼重要性, 舉例說明之. 5 分

(A3) 設 X, Y 為分別取自常態母體(normal population) $N(0,4)$ 的兩組資料, 而 Z 為自 X 資料重新排序而得, 分別如下:

$$X = (2.28, -0.13, 1.32, -0.72, 1.57)$$

$$Y = (0.87, 1.05, 1.02, 0.93, 0.45)$$

$$Z = (-0.13, -0.72, 1.32, 1.57, 2.28)$$

試問對於估計均值 θ 而言, 那組資料其所含資訊相同, 那些不同. 5 分

(A4) 設 U, V 分別取自二項分佈 $B(n_1, p)$ 及 $B(n_2, p)$ ($n_1 \neq n_2$) 之資料, 試問 $(U/n_1 + V/n_2)$ 是否為參數 p 之充分統計量. 欲估計 p , 估計量 $(U+V)/(n_1+n_2)$ 及 $1/2(U/n_1 + V/n_2)$ 孰佳, 何故? 10 分

(A5) 何謂不偏估計量, 一致不偏最小變異估計量 (uniformly minimum variance unbiased UMVU), 並各舉一例. 若有一不偏估計量, 如何可尋得 (經如何過程) 一個 UMVU 估計量, 並舉例說明之. 10 分

(A6) 某一品牌燈管之壽命服從指數分佈 ($1/\lambda \exp(-t/\lambda)$). 若已觀察得 5 支燈管之壽命 (以小時計) 分別為 1600, 2100, 1200, 5900, 1950. 試估計某一新燈管壽命超過 2000 小時之機率. 試扼要說明該估計有何優點. 10 分

◀ 注意背面尚有試題 ▶

淡江大學九十學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學學系

科目：統計學

准帶項目請打「○」否則打「×」	
計算機	字典
○	×

本試題共 3 頁 2

B 已知某藥劑 (其量以 X 表之) 與血壓 (其量以 Y 表之) 其單位經轉換後成線性關係, 即 $Y=a+bX+\epsilon$, 其中 a, b 為未知常數, ϵ 表誤差, 設為常態分佈 $N(0, \sigma^2)$. 今有一組資料如下:

Y	7.1	6.5	4.8	3.2
X	1	2	3	4

- (B1) 試以最小平方方法估計 a, b, 並敘述此估計法有何優點. 10 分
- (B2) 試檢定 $b = -2$ (型 I 誤差為 0.05). 10 分
- (B3) 若已知誤差項 ϵ 之分佈為 $N(2, 4)$, 原模型或資料在估計前有否需要調整? 若需要如何調整. 5 分

C, D 任選一題

C. 為比較男女駕駛員節省汽油的情況, 選一特定經過市區之路段, 由男女駕駛員分別行駛此相同路段 (設車況與汽油種類相同).

(C1) 若 5 位男女駕駛之用油資料如下 (單位設定相同).

男 1.98 1.23 1.01 1.05 1.06

女 1.43 0.99 1.12 1.09 1.28

試問男女駕駛員用油情況是否相同 (有否顯著差異). 可作合理假設, 其餘所需係數可自定. 10 分

(C2) 若參加測試人數很大, 資料如下:

	人數	平均用油量	標準樣本差 (sample standard deviation)
男	305	1.35	10.65
女	360	2.04	11.98

試問男女駕駛省油情況是否相同. (因樣本數大可應用中央極限定理, 將原假設減到最少, 但仍需敘述其假設. 型 I 誤差 $\alpha=0.05$). 10 分

淡江大學九十學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學學系

科目：統計學

准帶項目請打「○」否則打「×」	
計算機	字典
○	×

本試題共 3 頁 3

- (C3) 設男駕駛之油量服從常態分佈 $N(\theta, \sigma^2)$, 試以(CI)資料估計 (θ, σ^2) 之 $(1-\alpha)\%$ 信賴區間。
(需寫出推導過程主要部份, α 值自定). 10 分

C, D 任選一題

- D. A: 某公車在單位時間 $(0,1)$ 內的 t 點到站, 而 t 點在 $(0,1)$ 內為任一個值的機率都一樣. 設有 10 個乘客欲搭此車, 每一乘客在公車到站前到達該站的機率都相同.

B: 某類鳥每次產蛋 n 顆, 蛋散置各處, 設每顆蛋被其他動物損毀或其他原因未能孵化的機率都一樣.

- (D1) 試問在統計模型上, A 事件與 B 事件有何關聯, 關聯為何? 並敘述 A 事件之統計模型. 10 分
- (D2) 若 A 事件與 B 事件在統計模型上相同, 試問在 B 事件中對那些量應如何界定. 10 分
- (D3) 若已知 A 事件中有 6 個乘客搭上公車, 試估計公車到站時間 t 值. 10 分