

淡江大學八十八學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學學系

科目：統計學

本試題共 3 頁 P.1

本試題雙面印製

1. 下列各小題的敘述，那些是正確的？那些是錯誤的？正確的請說明理由或證明之；錯誤的，則請更正。（每小題 5 分）

(1) 設 X 為一隨機變數，其平均數為 μ ，標準差為 σ ，則對任意實數 $k > 0$ ，恆有

$$P(|X - \mu| < k\sigma) \geq \frac{1}{k^2}.$$

(2) 設 X 和 Y 為隨機變數，令 $\phi(Y) = E(X|Y)$ ，則 $E[\phi(Y)] = E(X)$ 且 $Var[\phi(Y)] \leq Var(X)$ ，其中 $E(\cdot)$ 和 $Var(\cdot)$ 分別為相關變數的期望值和變異數。

(3) 設隨機變數 X 和 Y 有相同的變異數 σ^2 ，且其相關係數為 ρ 。令 $U = X - Y$ ， $V = X + Y$ ，則 U 和 V 的相關係數為 0。

(4) 設隨機變數 Z 呈標準常態分配， W 呈卡方分配且自由度為 r ；即 $Z \sim N(0, 1)$ ， $W \sim \chi^2(r)$ 。則 $T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{W}{r}}}$ 呈 t 分配，自由度為 r ；且 T^2 呈 F 分配，自由度為 $(1, r)$ 。

(5) 一項報導指出國人每天消耗某類飲料的平均數量介於 89.42 克與 102.58 克之間的信賴水準達 90%。其意義即為國人每天消耗該類飲料的平均數量介於 89.42 克與 102.58 克之間的機率為 0.9。

2. 設 X 為某型磁帶每使用 100 呎的過程中出現瑕疵狀況的次數，且已知 X 服從平均數為 2.5 次的卜瓦松分配 (Poisson distribution)。令 W 表示第一次出現瑕疵狀況時所使用過的呎數。

(1) 試求 W 的機率分配。(5 分)

(2) 試求 W 的平均數和變異數。(5 分)

(3) 若已知該型磁帶在使用了 40 呎時尚未有瑕疵狀況發生，試問第一次瑕疵狀況是在使用 60 呎之後才出現的機率為何？(5 分)

3. 設某型電子產品之壽命 T (單位為小時) 服從指數分配，參數 (parameter) 為 μ ，即 T 之機率密度函數 (p.d.f.) 為

$$f(t|\mu) = \begin{cases} \frac{1}{\mu} e^{-t/\mu}, & t > 0 \\ 0, & \text{其他值} \end{cases}$$

且設 T_1, T_2, \dots, T_n 為由 p.d.f. 呈 $f(t|\mu)$ 的母體中所取出之 n 個隨機樣本，

淡江大學八十八學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學學系

科目：統計學

本試題共 3 頁 P.2

本試題雙面印製

- (1) 試利用最大概似法 (maximum likelihood method) 求 μ 之最大概似估計式 (MLE) $\hat{\mu}$ 。(5分)
- (2) 試問 $\hat{\mu}$ 是否為 μ 之一致最小變異不偏估計式 (UMVUE)? 為什麼? (5分)
- (3) 令 $R(t) = 1 - F(t)$, 其中 $F(\cdot)$ 為 T 的分配函數, 稱 $R(t)$ 為該型電子產品在時間 t 的可靠度 (reliability), 試求 $R(t)$ 的 MLE。(5分)
- (4) 今從該型產品中隨機取出 36 個樣本做試驗, 得到其壽命和為 $\sum_{i=1}^{36} x_i = 21,600$ 小時, 試求 $\hat{\mu}$ 值。又若要利用 $\hat{\mu}$ 來估計 μ , 並且其誤差界限不超過 80 小時的信賴度達 95%, 試問 36 個樣本是否足夠? 若不夠, 則應再補抽出多少個樣本? (5分)

4. 在一項郵寄問卷的抽樣調查中, 共寄出 774 份問卷, 結果有 386 份寄回, 經整理得到下列資料:

教育程度 是否寄回	小學及 以下	國中、初中 初職	高中、 高職	專科	大學及 以上
寄回	85	126	95	42	38
未寄回	96	131	67	42	52

- (1) 若以 p_1 和 p_2 分別表示教育程度為小學及以下者和大學及以上者之抽樣母體中對該項調查的問卷寄回比例, 試利用上列資料檢定 $H_0: p_1 \leq p_2$ 其對立假設為 $H_1: p_1 > p_2$, 取顯著水準 $\alpha = 0.01$ 。(7分)
 - (2) 試問教育程度不同與有否寄回問卷是否有關? 以顯著水準 $\alpha = 0.01$ 檢定之。(8分)
5. 欲檢定多個母體的平均數是否相等, 在統計學上通常用什麼方法為之? 該方法有何假設條件? 又如何驗證這些假設條件成立? 試說明之。(15分)
6. 下列是同一品種、年齡相似的 40 頭乳牛之產乳量資料 (單位: 千磅):
- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 12.39 | 13.25 | 13.76 | 14.20 | 15.79 | 16.16 | 16.58 | 17.54 | 18.08 | 18.79 |
| 12.43 | 13.29 | 13.97 | 14.62 | 15.99 | 16.32 | 16.75 | 17.81 | 18.23 | 18.79 |
| 13.00 | 13.32 | 13.98 | 15.04 | 16.08 | 16.40 | 16.93 | 18.04 | 18.36 | 18.97 |
| 13.20 | 13.63 | 14.12 | 15.25 | 16.12 | 16.56 | 17.32 | 18.05 | 18.74 | 20.55 |

在統計學上, 有多種統計方法用來判定上列資料是否來自同一常態母體。試寫出其中任何一種方法及其執行步驟 (給予適當符號, 列出步驟即可, 不必做數學運算)。(10分)

◀ 注意背面尚有試題 ▶

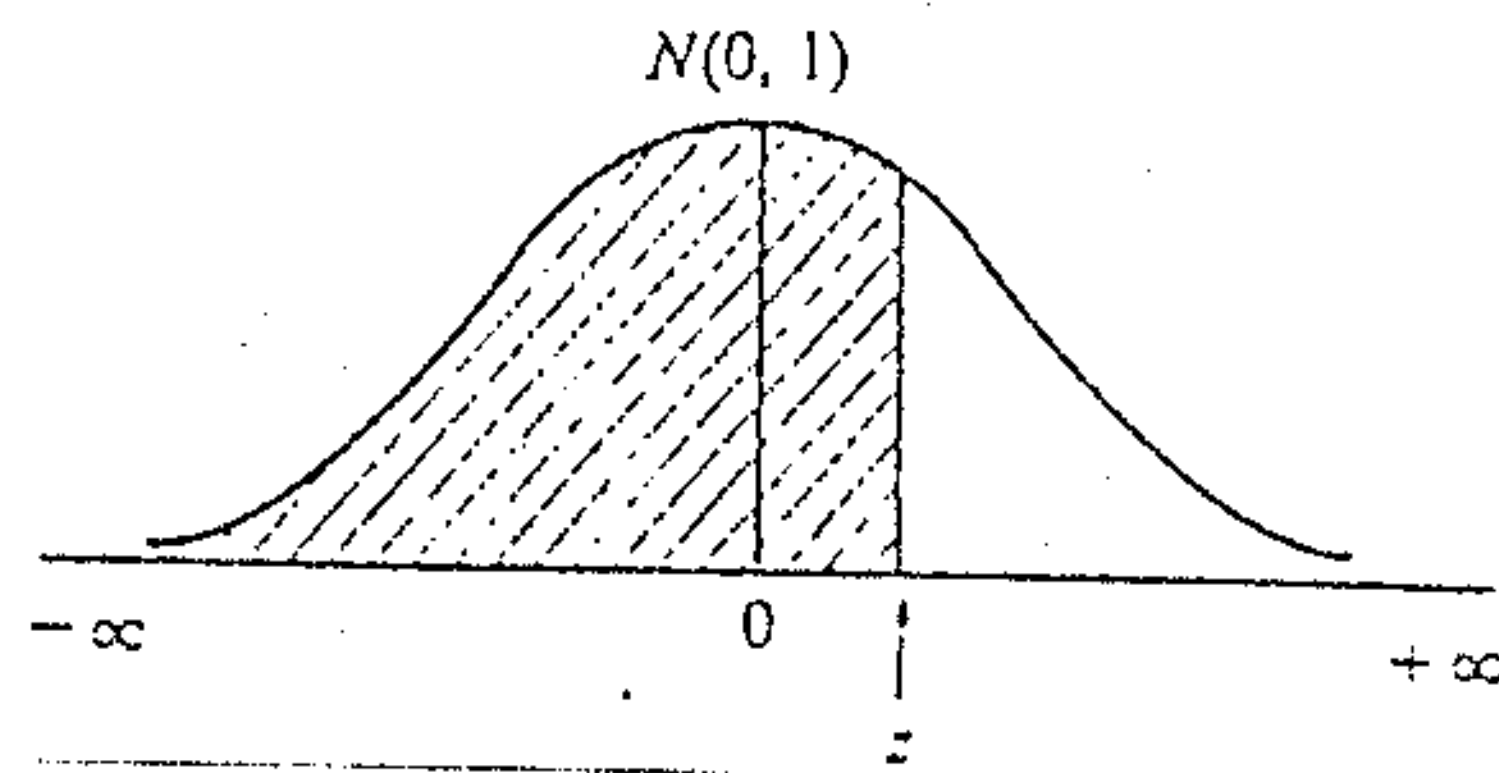
淡江大學八十八學年度碩士班招生考試試題

系別：管理科學學系

科目：統計學

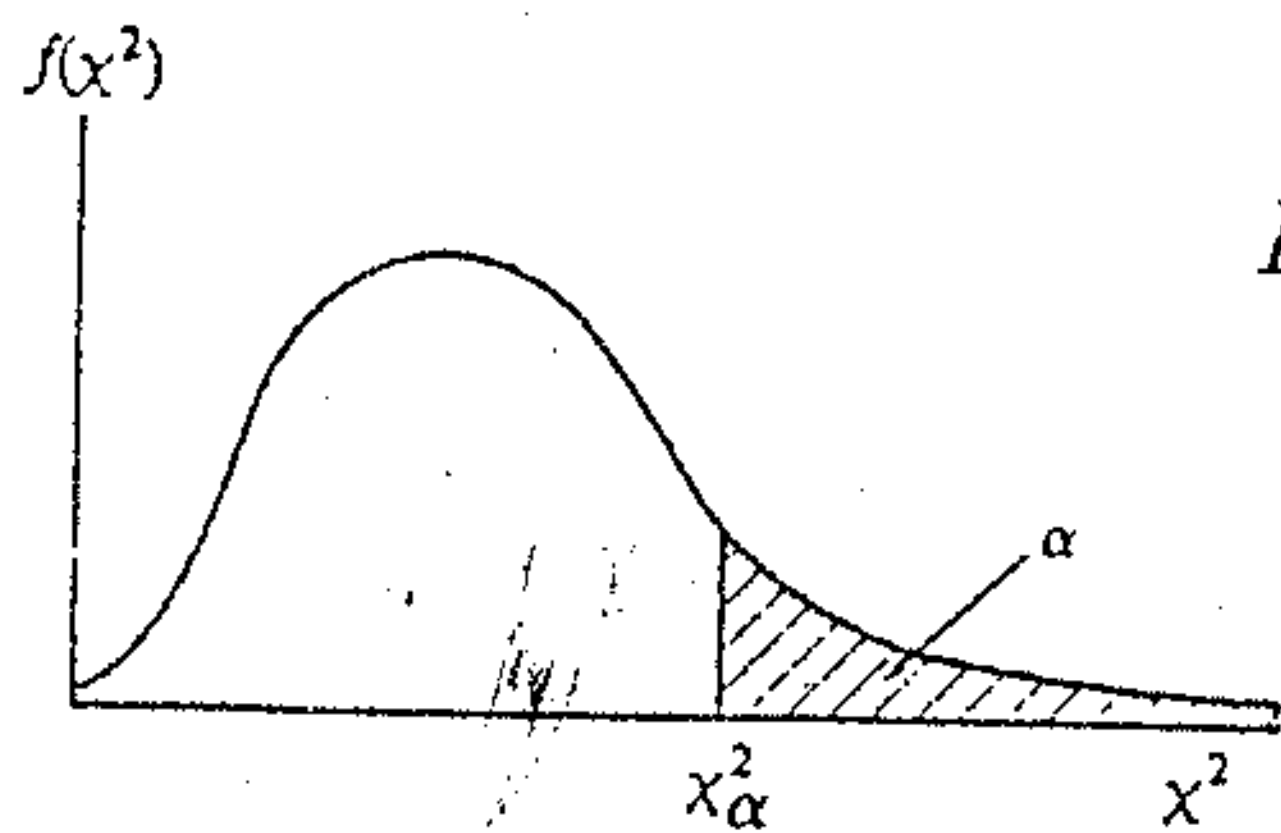
本試題共 3 頁 P.3

常態曲線下之面積



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
+0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
+0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
+0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
+0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
+0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6870
+0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
+0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
+0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
+0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
+0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
+1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
+1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
+1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
+1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
+1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
+1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
+1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
+1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
+1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
+1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
+2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
+2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
+2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
+2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
+2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
+2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
+2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
+2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
+2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
+2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
+3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900

卡方分配之臨界值



α	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.500	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.45	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	2.37	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	3.36	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	4.35	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	5.35	10.65	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	6.35	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	7.34	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	8.34	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	9.34	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.5	10.34	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	11.34	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	12.34	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	13.34	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.27	7.26	8.55	14.34	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	15.34	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	16.34	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.87	17.34	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	18.34	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	19.38	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00

本試題雙面印製