

淡江大學九十三年學年度碩士班招生考試試題

系別：企業管理學系

科目：微 積 分

准帶項目請打「○」否則打「x」
○ 簡單型計算機
○ 英文字典

本試題共 / 頁

1. Evaluate the following integrals if they converge.

a. $\int_0^{0.5} \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ (7%)

b. $\int_{-1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$ (7%)

c. $\int_1^{\infty} \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$ (7%)

d. $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ (10%)

2. Let $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4xy + 4x - 2y + 3$

a. Find the critical point of f . (8%)

b. Use the Second Derivative Test to classify the nature of the critical point. (10%)

c. Find the relative extremum of f if it exists. (5%)

3. Find the solution of the differential equation $y' = 2x^2 y + 2x^2$ that satisfies the equation $y(0) = 0$. (10%)

4. 利用泰勒展開式(Taylor series), 試求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x) - 1}{x \ln(1+x)}$. (13%)

5. 試證明函數 $f(x) = x^6 + 5x^2 + x + 3$ 有唯一的最小值, 且最小值出現在 $x \in (-1, 0)$. (10%)

6. 某人位於距海岸 10 公里的海島上, 他要沿海岸北上 15 公里的某鎮, 如下圖。設他划船的速度為每小時 1 公里, 而步行的速度為每小時 2 公里。今此人要藉划船與步行到該鎮去, 是問他應該在何處登岸可使時間最省? 又最少共需花多少時間? (13%)

