

淡江大學九十一年度碩士班招生考試試題

系別：企業管理學系

科目：微 積 分

109-1

| | |
|-----------------|----|
| 准帶項目請打「○」否則打「×」 | |
| 計算機 | 字典 |
| ○ | ○ |

本試題共 2 頁

Note: Be sure to show the calculation procedures for all of the questions in this exam

1. Show that the function $y = x + \frac{1}{x}$ (with $x \neq 0$) has two relative extrema, one a maximum and the other a minimum. Is the "minimum" larger or smaller than the "maximum"? How is this paradoxical result possible? (15%)

2. Solve the following problems:

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x + 2} = ?$ (5%) (b) $\int_2^3 |x^3 - x| dx = ?$ (5%)

(c) Given $f(x) = x^x$, $f'(x) = ?$ (5%) (d) $\int x^2 \sqrt{ax + b} dx$ (5%)

3. Draw the diagram for $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3}$ (15%)

4. If the equation $F(x, y, z) = 0$ implicitly defines each of the three variables as a function of the other two variables, and if all the derivatives in question exist, find the value of

$$\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial z} \quad (10\%)$$

5. 某工廠日產量 $Q = 60K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{3}}$ 件，其中 K 表投資金額(單位\$1,000)， L 表勞動力大小(人工小時)。假設目前總投資金額為\$900,000，而勞動力為每天 1000 人工小時。試問當投資金額增加\$1,000，而勞動力減少 2 人工小時之每日產量變化為多少？ (10%)

淡江大學九十一年度碩士班招生考試試題

系別：企業管理學系

科目：微 積 分

129-2

| | |
|-----------------|----|
| 准帶項目請打「○」否則打「×」 | |
| 計算機 | 字典 |
| ○ | ○ |

本試題共 **2** 頁

6. Find out the critical points for $f(x, y) = 8x^3 - 24xy + y^3$, and determine the relative maximum, relative minimum, and the saddle point. (10%)

7. (a) 有一城市其午夜後 x 小時的攝氏溫度可以表成如下之函數：

$$T(x) = 2 - \frac{1}{7}(x - 13)^2$$

，試問上午兩點至下午兩點的平均溫度為何？(6%)

(b) 將水以每分鐘 $\sqrt{3t+1}$ 立方公尺之速率注入水槽。若這水槽在 $t=0$ 時是空的，則 5 分鐘後水有多少？(6%)

(c) 求 $2xy dx + (x^2 + y^2) dy = 0$ 之一般解。(8%)