

淡江大學九十學年度碩士班招生考試試題

系別：企業管理學系

科目：微 積 分

准帶項目請打「○」否則打「×」	
計算機	字典
○	×

本試題共 / 頁

一、試求下列各極限值。 (15%)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3^x + 5^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{-x}}{\sqrt{1-4x^3}}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0^+} (x + \sin x)^{\frac{\tan x}{x}}$$

二、試求下列各積分。 (20%)

$$(a) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x-x^2}} dx, \quad (b) \int \sqrt{1+e^{2x}} dx, \quad (c) \int_0^1 x \ln x dx.$$

$$(d) \iint_A e^{x^2+y^2} dx dy, \quad A = \{(x,y) | 0 \leq y \leq x, x^2+y^2 \leq 1\}.$$

三、

(a) 設函數 $f(x) = \begin{cases} 4x, & x \leq -1 \\ ax+b, & -1 < x < 2 \\ -5x, & x \geq 2 \end{cases}$, 試求 a 及 b 值, 使得 $f(x)$ 在 $R = (-\infty, \infty)$ 上連續。

(b) 利用微分法求 $\sqrt{(3.02)^2 + (3.99)^2}$ 之近似值。 (15%)

$$(c) \text{試求 } \frac{d}{dx} \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

四、試求函數 $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)(3x-1)^{\frac{2}{3}}$ 之極值與反曲點, 並作圖。 (15%)

五、試求 $x^2 + y^2 = 4$ 與 $x^2 + y^2 = 4x$ 相交所圍成(支集)的面積。 (10%)

六、設 $f(x, y) = ax^2 + xy + y^2 + by + 4$ 在 $x=-3, y=3$ 時有極小值, 試求 a, b 之值。 (10%)

七、設某工廠之生產量決定於勞力 (X 單位) 與原料 (y 單位), 而其生產函數為

$f(x, y) = 300x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$, 已知其勞力支出每單位為 50 元, 原料成本每單位為 100 元。

若該工廠的支出預算為 15,000 元, 試問該工廠需僱用多少單位勞力及購入多少單位原料, 方可達到最高生產量? 其最高生產量又為何? (15%)