

淡江大學 104 學年度日間部轉學生招生考試試題

系別：理工組二年級

科目：微積分

考試日期：7月25日(星期六) 第3節

本試題共 10 大題， 1 頁

第一部份 簡答題 (60%) (無需寫出計算過程，請直接將答案寫在試卷並註明題號)

1.(5,5%) 求極限

$$a). \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4} \quad b). \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(1 - \cos t)}{1 - \cos t}$$

2.(5,5%) 計算

$$i). \frac{d}{dx} \int_{\sin x}^{10} \ln t dt \quad ii). \frac{d}{dx} (x^x)$$

3.(10%) 請找出 $z = x \cos y - ye^x$ 在點 $(0,0,0)$ 上的切平面方程式。

4.(10%) 若 x, y, z 滿足 $x^4 + y^2 + z^3 + 7xyz = 5$ ，請找出 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 這兩個偏微分函數。

5.(5,5%) 求下列積分函數

$$i). \int \ln x dx \quad ii). \int \frac{4x^2 - 3x + 2}{4x^2 - 8x + 3} dx$$

6.(10%) 將 $y = x^2 + 2$ 與 $y = x + 4$ 所圍成的區域，對 x 軸旋轉所經過的空間的體積為何？

第二部份 (40%) 計算及證明題。請標明題號並寫出演算過程，否則不予計分。

7.(10%) 計算

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3 + 1} dy dx$$

8.(10%) 請找出函數 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$ 的區域極大值及區域最小值以及鞍點 (saddle point)

9.(10%) 請問函數 $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 2xy + 4x + 2y + 7$ 在 $4x^2 + 4xy = 1$ 的限制下，是否有極大值還是極小值？另外限用 Lagrange multiplier 方法將極值的發生點找出來。

10.(10%) 已知 $p > 0$ ，請找出 p 的範圍並證明此範圍內的 p 使無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ 收斂。