

淡江大學九十三學年度轉學生招生考試試題

系別：理工組二年級

科目：微 積 分

准帶項目請打「○」否則打「×」	
×	簡單型計算機

第次： 7月13日第三節
本試題共二頁

本試題雙面印製

第一部分：不須寫出計算過程，請將答案依題號寫再答案卷上的第一頁，每題五分。

1. Find $f'(1)$ if $f(x) = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}{x-4}$.

2. Evaluate $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$.

3. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$.

4. Evaluate $\frac{d}{dx} \int_1^x \sin t dt$.

5. Evaluate $\frac{d}{dx} \int_x^1 \sin t dt$.

6. Evaluate $\int_1^{\sqrt{1}} x e^{x^2} dx$.

7. Evaluate $\int_1^{\sqrt{1}} x 2^{x^2} dx$.

8. Find the directional derivative of the function $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ at the point $(-1, 1)$ in the direction of $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$.

第二部分：計算證明題，須寫出計算過程，每題十分。

9. Evaluate $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + (n-1)^2}})$.

10. Which of the series converge, and which diverge? Give reasons for your answer.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$ and (b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$.

11. Find the limit of f as $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ or show that the limit does not exist

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2y}{x^4 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

12. Evaluate $\int_0^4 \int_{x/2}^2 e^{y^2} dy dx$.

淡江大學九十三學年度轉學生招生考試試題

10-2

系別：理工組二年級

科目：微積分

准帶項目請打「○」否則打「X」	
X	簡單型計算機

準帶項目
簡單型計算機

第次： 9月13日第三節
本試題共 二 頁

• 請一 請在以下各題的題號前打上正確的記號，並填寫在題號旁。

13. Evaluate $\int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_0^y e^{x^2+y^2} dx dy$.

14. Find the volume of the cone D cut from the solid sphere $\rho \leq 1$ by the cone $\phi = \frac{\pi}{4}$ in spherical coordinates.

Additional (文字題) (10%): Given (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) are three points in the plane, find the area of triangle formed by these three points.

• 請在以下各題的題號前打上正確的記號，並填寫在題號旁。

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \delta(\rho - \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}) dx_1 dx_2 dx_3$$

15. Find the area of the surface S given by $x = u^2 + v^2$, $y = u^2 - v^2$, $z = u^2 + v^2$, $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq 1$.

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \sin(u^2 + v^2) du dv$$

16. Find the area of the surface S given by $x = u^2 + v^2$, $y = u^2 - v^2$, $z = u^2 + v^2$, $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq 1$.

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{u^2 + v^2}} \sqrt{1 + 4(u^2 + v^2)} du dv$$