

系別：水資源及環境工程學系

科目：工 程 數 學

准帶項目請打「V」

簡單型計算機

本試題共 1 頁， 5 大題

1. 若向量 $\vec{a} = x^2 \vec{i} + xy \vec{j}$ ，試證明並請問：

(1) \vec{a} 是否為某一純量場之梯度 (gradient) ? (10%)

(2) \vec{a} 是否為某一向量場之旋度 (curl) ? (10%)

2. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ 試求其：

(1) 反矩陣 (inverse matrix) (10%)

(2) 秩數 (rank) (10%)

3. Solve the ordinary differential equation (20%)

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 e^x$$

4. Using the Laplace Transform, solve the ordinary differential equation (20%)

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^{2t} \quad \text{with } y(0) = -3, y'(0) = 5$$

5. Expand $f(x) = \sin x$, $0 < x < \pi$ in a Fourier cosine series. (20%)