

淡江大學八十八學年度碩士班招生考試試題

系別：水資源及環境工程學系

科目：工程數學

本試題共 / 頁

一、若 $f_1 = \left(\frac{x-4}{2}\right)^2 + \left(\frac{y-1}{4}\right)^2 + z^2 - 1 = 0$ ，及 $f_2 = z - \sqrt{11}/4 = 0$

(15%) (a) 試求於點 $(5, 2, \frac{\sqrt{11}}{4})$ 處，此兩 surface 間夾角為何？

(15%) (b) 試求於點 $(5, 2, \frac{\sqrt{11}}{4})$ 處， f_1 於 $\vec{b} = 3\vec{e}_z$ 之方向導數。(Directional Derivative)

二、試用 Frobenius Method 求解。

(25%) $4xy'' + 2y' + y = 0$; $x_0 = \text{center} = 0$

三、請判別下列 P.d.e. 為何種型式 (elliptic, parabolic, or hyperbolic)?

自變數為 (t, x, y) ，因變數 (u, ρ, v, w) ; $0 < t < \infty$; $-\infty < x < \infty$, $-\infty < y < \infty$.

(5%) (a) $u_{xx} + x u_{xy} + x u_{yy} = 0$

(5%) (b)
$$\begin{cases} u_t + u u_x + \frac{c^2}{\rho} \rho_x = 0 \\ \rho_t + \rho u_x + u \rho_x = 0 \end{cases} \quad c = \text{constant}, \rho > 0$$

(5%) (c)
$$\begin{cases} u_t + u_x + 2v_x = 0 \\ v_t + 2u_x + v_x = 0 \\ w_t + 2w_x = 0 \end{cases}$$

(10%) (d) 請推導 (b) 之特性方程式?

四、(a) 請求 $z^5 = -32$ 之根。 $z = \text{complex variable}$.

(25%) (b) 請標手於複數平面 (z -plane) 上。