

淡江大學九十二學年度碩士班招生考試試題

系別：水資源及環境工程學系

科目：工程數學

准帶項目請打「○」否則打「×」
簡單型計算機
×

本試題共 / 頁

(一) 請求解 Sturm-Liouville Problem 之 Eigenvalues 及其 Eigenfunctions, 並直接驗證其正交性(orthogonality); (25%)

$$(xy')' + \lambda x^{-1}y = 0, \quad y(1) = 0, \quad y'(e) = 0, \quad \text{Hint: set } x = e^t$$

(二) 請求解 A 矩陣 Eigenvectors 之基底向量, 再求其主對角化之矩陣; (25%)

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 10 & -10 \\ 10 & 5 & -20 \\ 5 & -5 & -10 \end{bmatrix}$$

(三) 請求解 Quasi-linear Partial Differential Equation. $z = z(x, y) = ?$; (25%)

$$(y+z)\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} - (x-y) = 0,$$

Initial condition 為:

$$\text{當 } y=1, \quad |x| < \infty \text{ 時, } z=1+x$$

(四) 請求出 Even 及 Odd half-range expansions; (25%)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2k}{L}x & \text{if } 0 < x < \frac{L}{2} \\ \frac{2k}{L}(L-x) & \text{if } \frac{L}{2} < x < L \end{cases}$$