

系別：工組二年級

科目：微 積 分

准帶項目請打「○」否則打「×」	
○	簡單型計算機

本試題共 2 頁

本試題雙面印製

一. 填充題：共 10 小題，每題 7 分，只寫答案不必書寫過程。

- (a) Let  $y = \ln\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$ . Find  $\frac{dy}{dx}$ .
- (b) Find  $f_{xy}(1,1)$ , where  $f(x,y) = 32x^{1/4}y^{3/4} - 5xy$ .
- (c) Find  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\sqrt{1+x} - 1}$ .
- (d) Find the area between the curves  $y = 3x^2 + 4$  and  $y = 2x - 1$  from  $x = -1$  to  $x = 2$ .
- (e) Find an equation of the tangent line to the curve  $y = 3x^2 + 2x - 1$  at the point  $(1,4)$ .
- (f) Find  $\int \sin^5 x \cos x \, dx$ .
- (g) Evaluate  $\int_0^1 \int_0^1 (3x^2 + 12xy^2) \, dy \, dx$ .
- (h) Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $y = \int_0^{2x} \sqrt{1+t^2} \, dt$ .
- (i) Evaluate  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ .
- (j) Let  $f: \mathbb{R} \setminus \{2/3\} \rightarrow \mathbb{R}$  be differentiable and  $f\left(\frac{2x+1}{3x+1}\right) = 2x$  if  $x \neq -\frac{1}{3}$ . Find  $f'(1)$ .

系別：工組二年級

科目：微 積 分

准帶項目請打「○」否則打「×」	
0	簡單型計算機

本試題共 2 頁

二. 計算題：共 3 小題，每題 10 分，務必書寫過計算程，否則不予計分。

1. Let  $f(x) = x + \frac{4}{x}$ . Find the maximum and minimum values of  $f$  on  $[1, 5]$ .

2. Find the radius of convergence and the interval of the power series  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{3n+11}$ .

3. If  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is differentiable and  $z = f(x-y)$ , show that

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$