

淡江大學八十九學年度碩士班招生考試試題

系別：物理學系

科目：物理數學

本試題共 一 頁

1. 請解以下微分方程 (y 為 x 之函數, $y' \equiv dy/dx$) :

$$16yy' - 25x = 0,$$

並畫出解 $y(x)$ 之示意圖.

2. 求出以下矩陣 (matrix) 之本徵值 (eigenvalues) 及其相應之本徵矢 (eigenvectors) :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. 請畫出以下積分中被積函數 (integrand) 之示意圖, 並求出各積分之值:

a. $\int_0^{2\pi} \frac{1 + \sin \theta}{3 + \cos \theta} d\theta,$

b. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1 + 4x^4},$

c. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 5x}{1 + x^4} dx,$

d. $\int_0^{\infty} \exp(-4x^2) dx.$

4. 考慮以下方程 (x, y, z 為笛卡兒坐標)

$$z^2 = 20 - x^2 - 3y^2.$$

此方程描述之表面 (surface) 是什麼? 找出在空間點 $(1, -1, 4)$ 處此表面之法線單位矢 (normal unit vector) 及切平面 (tangential plane).

5. 求以下偏微分方程 (partial differential equation) 之一般解 (general solution) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

(u 為 x, y 之函數).