

淡江大學 103 學年度進修學士班轉學生招生考試試題

系別：電機工程學系三年級

科目：工程數學

10

考試日期：7月18日(星期五)第4節

本試題共 10 大題， 1 頁

1. (10%) 求下列一階常微分方程起始值問題(initial value problem)的解。

$$y' = y, \quad y(0) = 1.$$

2. (10%) 求下列二階常微分方程式的通解(general solution)。

$$y'' + 4y' + 4y = 0.$$

3. (10%) 求下列非齊次(nonhomogeneous)二階常微分方程式的解。

$$y'' + 4y' + 3y = \sin x.$$

4. (10%) 求下列函數 $f(t)$ 的拉普拉斯轉換(Laplace transform) $F(s)$ 。

$$f(t) = t.$$

5. (10%) 求下列函數 $F(s)$ 的反拉普拉斯轉換(Inverse Laplace transform) $f(t)$ 。

$$F(s) = \frac{s+1}{s^2+1}.$$

6. (10%) 考慮向量場 $\mathbf{F}(x, y, z) = y^2z^3\mathbf{i} + 2xyz^3\mathbf{j} + 3xy^2z^2\mathbf{k}$, 求旋度 $\text{curl } \mathbf{F}$ 。

7. (10%) 求函數 $f(x, y, z) = x$ 沿著路徑 $\mathbf{r}(t) = \cos t\mathbf{i} + \sin t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq \pi$ 的線積分值。

8. (10%) 考慮一週期為 T 的函數 $f(x)$, 其傅利葉級數(Fourier series)可表示為

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left(a_m \cos \frac{2m\pi x}{T} + b_m \sin \frac{2m\pi x}{T} \right),$$

求傅利葉係數 a_0 , a_m 與 b_m , $m = 1, 2, \dots$ 的表示式。

9. (10%) 求複數

$$z = \frac{1+i}{2-i}$$

的虛部 $\text{Im}[z]$ 與絕對值 $|z|$ 。

10. (10%) 求方程式 $x^6 = 1 + i$ 的所有相異複數根。