淡江大學103學年度進修學士班轉學生招生考試試題

系別：統計學系三年級　　　　　　科目：機率與管理數學　　　　20

考試日期：7月18日(星期五) 第3節　　　　　　本試題共　六　大題，　1　頁

一、(12 %)

設 $X_1,\ldots,X_n$ 為由均勻(uniform)分配，U(0,1)，之母體抽出的一組隨機樣本，$Y_i = -2\ln(1-X_i)$, $i=1,\ldots,n$，且 $Z=\sum_{i=1}^{n} Y_i$，試分別求 Y_i 及 Z 之分配(含機率密度函數)。

二、(12 %)

(a) 設 $P(A)=0.3,\ P(B)=0.2,\ P(B\mid A)=0.1$，試求 (1) $P(A\cup B^c)$, (2) $P(B^c\mid A)$。

(b) 設 A、B、C 為三事件，且 $A\subset B\subset C$，$P(A)=\dfrac{1}{4}, P(B)=\dfrac{5}{12}, P(C)=\dfrac{7}{12}$，

試求 $P(A\cap B^c\cap C^c)$。

三、(15 %)

設 X 具有參數為 λ 之 Poisson 分配，若給定 X= x 時，Y 之條件分配為 B(x, p) (參數為 x 及 p 之二項分配)，試求 (a) Y 之機率密度函數(須註明分配名稱)，

(b) 給定 Y = y 時，X 之條件機率密度函數，

(c) E(X | Y = y)。

四、(15 %)

設 $X_1,\ldots,X_n$ 為由常態分配, $N(\mu,\sigma^2)$, 抽出之一組隨機樣本，且令 $Y=n(\bar{X}-\mu)^2/\sigma^2$,

$\bar{X}=\sum_{i=1}^{n} X_i/n$, $S^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2/n$，試求 (a) Y 之分配(含參數)，(b) S^2 之變異數, Var(S^2)；

(c) 若給定 $p\ (0<p<1)$ 值，試求 c 使得 $P(\bar{X}\le c)=p$,(以適當符號表示)。

五、(16 %)

設兩相異商品之需求量分別為 x 與 y，其單位價格分別為 p 與 q，若市場之需求函數滿足：$p=36\text{-}3x, q=40\text{-}5y$，而成本函數為 $C(x,y)=x^2+2xy+3y^2$，試求能獲得最大利潤之產量 x 與 y、單位價格及最大利潤。

六、(30 %)　試求解下列問題：

(a) 設有本金 A 元，年利率為 r，連續複利，則 t 年後之本利和為何？

(b) 設 $f(x)=x^x$，試求 $f''(x)$。(即 $f(x)$ 之二階導數)

(c) 設 $f(x,y)=\begin{cases}(x^3-y^3)/(x^2+y^2), & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，試求偏導數 $f_1(0,0)$ 及 $f_2(0,0)$。

(d) 試求 $\displaystyle\int_0^{\infty} x^2 e^{-x}\,dx$。

(e) 設 $f(t)=\displaystyle\int_{2\sqrt{t}}^{3t^2} e^{-x^2/2}\,dx,\ t>0$，試求 $\dfrac{d}{dt}f(t)$。