

淡江大學 99 學年度進修學士班轉學生招生考試試題

系別：統計學系三年級

科目：機率與管理數學

本試題共 9 大題，1 頁

以下題目的作答皆需附計算過程，請在答案卷上註明題號並依序寫出你的答案

1. 已知函數 $f(x) = px^3 - 9x^2 + 15x + C$ 在 $x=1$ 處有極值 32,
- a) p 與 C 之值分別為何？ (5%)
- b) 試繪出函數 $f(x)$ 的圖形(需標示出函數的極值及其發生位置；如有反曲點，請註明) (10%)
2. 試計算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(2+x)^3} - 2\sqrt{2}}{x}$ 之值 (此題不得使用羅必達法則) (8%)
3. 試計算 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\int_2^x \frac{e^t}{t} dt}{x-2}$ 之值 (6%) (此題可以使用任何公式或方法)
4. 試計算不定積分 a) $\int xe^x dx$ (7%) b) $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$ (6%)
5. 已知 $\int_{-\infty}^{1.10} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dx = 0.8643$, 試求 $\int_{163.3}^{\infty} \frac{e^{-\frac{(t-160)^2}{18}}}{\sqrt{2\pi \cdot 3}} dt$ 之值 (7%)
6. 某甲連續投擲公正硬幣三次
- a) 試以 H(正面) 及 T(反面)，寫出此實驗的樣本空間 (5%)
- b) 令 X 代表三次投擲中所出現的正面次數，試計算 $E(X)$ 與 $\text{Var}(X)$ 之值 (8%)
7. 假設 X 為一隨機變數，且具機率分布如右表
- | | | | |
|----------|-----|-----|--------|
| x | 0 | 1 | 2 |
| $P(X=x)$ | c | c | $1-2c$ |
- a) 試寫出所有合理的 c 值 (亦即使右表為一合理機率分布之所有 c 值) (5%)
- b) 承 a) 小題，試計算出 $\text{Var} X$ 計算出使 $\text{Var} X$ 達到最大的 c 值 (8%)
8. 已知隨機變數 X, Y 具聯合機率分布 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
- a) X, Y 是否獨立？為什麼？ (5%)
- b) 試計算 $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - (EX)(EY)$, (5%)
9. 已知 $f(x; \theta) = kx^{(1-\theta)/\theta}, x \in (0, 1), \theta > 0$, 為一機率密度函數,
- a) k 之值為何？ (5%)
- b) 試證明若 $X \sim f(x)$, 則 $Y = -\ln X$ 服從指數分布 (亦即 $Y \sim f_Y(y) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}y}, y > 0$) (10%)