

系別：統計學系三年級

科目：機率與管理數學

准帶項目請打「V」

計算機

本試題共 / 0 大題， / 頁

1. 求定積分 $\int_1^2 \left[\frac{1}{x^2} + x + \cos x \right] dx$ 。(5分)
2. 求重積分 $\iint_{\{(x,y); 0 < x^2 \leq y < 1\}} 2x^2 y dx dy$ 。(7分)
3. 試求下列導函數(每小題5分)
 - (1) $\frac{d}{dx} \left(\frac{2x}{x^2-1} \right)$
 - (2) $\frac{d}{dx} \left(\int_b^x e^{t^2} dt \right)$
 - (3) $\frac{\partial}{\partial x} (x^4 + 3xy + y - 1)$
4. 求下列極限(每小題5分)
 - (1) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 6x + 5}{x + 5}$
 - (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \sin \frac{1}{x} \right)$
5. 令 $f(x) = \ln(1+x)$, $x > -1$, 試求 $f(x)$ 在 $x=0$ 處的泰勒展開式。(7分)
6. 令隨機變數 X 服從 $U(0,1)$ 分配, 且 $Y = -\ln X$ 。
 - (1) 試求隨機變數 Y 的機率密度函數。(8分)
 - (2) 若隨機變數 Y_1, \dots, Y_n 互相獨立且分配皆與 Y 相同, 並令 $Z = Y_1 + \dots + Y_n$ 。試推論隨機變數 Z 的分配。(8分)
7. 令隨機變數 X 的機率密度函數(p.d.f.)為: $f_X(x) = 4x(1-x^2)$, $0 < x < 1$ 。試求 X 的期望值與變異數。(10分)
8. 設兩事件 A 和 B , 已知 $P(A) = 0.40$, $P(B) = 0.70$ 且 $P(A \cap B) = 0.20$ 。(每小題3分)
 - (1) 求 $P(A|B)$ 。
 - (2) A 和 B 是否互斥? 為什麼?
 - (3) A 和 B 是否獨立? 為什麼?
9. 已知隨機變數 X 服從指數分配, 且 $E(X) = 8$, 求 $P(4 \leq X \leq 6)$ 。(7分)
10. 令隨機變數 X 和 Y 的聯合機率密度函數(joint p.d.f.)為: $f_{X,Y}(x,y) = 1$, $0 < x < 1, 0 < y < 1$
 - (1) 試求 X 的邊際機率密度函數(marginal p.d.f.)。(8分)
 - (2) 試證明 X 和 Y 獨立。(6分)