

系別：統計學系三年級

科目：機率與管理數學

可否使用計算機			
可	✓	否	

本試題共 / 頁

1. 試求下列導數或導函數 (每小題 5 分)

$$\frac{d}{dz} z(z+1)^4 = \underline{A}, \quad G(x) = x - \int_0^{x^2} e^{\sqrt{t}} dt, \quad G'(4) = \underline{B}$$

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{x+2}{x} \right)^5 \right|_{x=1} = \underline{C}, \quad \frac{d^2}{dx^2} (3x^3 + 2x^2 - 3) = \underline{D}$$

2. 小張大學畢業後，報考四所大學的研究所，如果 4 場考試彼此獨立，且通過每一場考試的機率為 0.5，則他至少考兩家研究所的機率為 E (5 分)

3. 若 $P(A) = 0.80, P(B) = 0.70$ 且 $P(A \cup B) = 0.90$ ，則 $P(A \cap B) = \underline{F}$ 。(3 分)

4. 某人造衛星上裝有的三組太陽能電池，三組電池必須同時起作用，才能產生足夠的動力。已知三組電池皆為獨立運作，且各自的失效機率皆為 0.02，則該衛星的運轉期間能獲得足夠動力的機率為 G (3 分)

5. 若修護一台機器的時間(單位:小時)為參數是 $\lambda = 1/2$ 的指數分佈 ($f_x(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$)，則修護一機器超過 2 小時的機率為 H，若已知一機器已修了 8 小時未好，那麼全部修護時間超過 10 小時的機率為 I (各 3 分) $e \approx 2.718281828$

6. $f(x) = e^x$ 在 $x=0$ 處的泰勒展開式可表達為 J (4 分)

7. 若 Gamma 函數定義為 $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \alpha > 0$ ，試證明 $\Gamma(\alpha+1) = \alpha \Gamma(\alpha)$ (10 分)

8. 試求 $y = 3x^2 - 12$ 與 $y = 12 - 3x^2$ 兩曲線所夾成區域的面積。(8 分)

9. 已知 $\int_{-\infty}^{\infty} (1/\sqrt{2\pi}) \exp(-x^2/2) dx = 1$ ，試計算 $\Gamma(1/2) = \int_0^{\infty} x^{(1/2)-1} e^{-x} dx$ 之值。(考慮 $y = \sqrt{2x}$) (10 分)

10. 試判斷無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(1/n)}{(1/n)}$ 為收斂或發散。(5 分)

11. 利用一階微分的定義近似 $\sqrt[3]{26.91}$ 之值 (8 分)

12. 試計算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \dots + \frac{1}{3n} \right)$ 之值 (10 分)

13. 求極限值 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\int_x^{x+h} \cos t^2 dt}{h}$ (8 分)