

系列：統計學系三年級

科目：機率與管理數學

准帶項目請打「○」否則打「×」	
X	簡單型計算機

節次： 7 月 14 日 第 3 節
本試題共 2 頁

本試題雙面印製

1. (10 pts) A psychologist has determined that the number of hours required to obtain the trust of a new patient is either 1, 2, or 3. Let X be a random variable indicating the time in hours required to gain the patients' trust. The following probability function has been proposed.

$$f(x) = \frac{x}{6}, \quad \text{for } x = 1, 2, 3.$$

- (a) (5 pts) Is this a valid probability function? Explain.
 (b) (5 pts) What is the probability that it takes at least 2 hours to gain the patients' trust?
2. (20 pts) Let X have the p.d.f.

x	1	2	3	4
$f(x)$	0.1	0.2	0.3	0.4

- (a) (5 pts) Find $E(X)$.
 (b) (5 pts) Find $E(2X - 1)$.
 (c) (5 pts) Compute $Var(X)$.
 (d) (5 pts) Obtain the moment generating function of X .
3. (15 pts) Let X and Y have joint p.d.f.

$x \backslash y$	6	8	10
1	0.2	0	0.2
2	0	0.2	0
3	0.2	0	0.2

- (a) (5 pts) Are X and Y independent? Why?
 (b) (10 pts) Are X and Y uncorrelated? Why?
4. (10 pts) 某工廠使用 4 部機器生產一種產品，其每日生產件數分別為 1000, 1200, 1800 及 2000 件。已知第一部機器平均不良品佔 1%，第二部和第三部皆為 0.5%，第四部亦為 1%。設由某天生產產品中，隨機抽出一件查知為不良品，而該日之任一件產品被抽中之機會皆相同，試問該不良品由第四部機器所生產之機率為何？

◀ 注意背面尚有試題 ▶

淡江大學九十三年學年度進修學士班轉學生招生考試試題³³⁻²

系別：統計學系三年級

科目：機率與管理數學

准帶項目請打「○」否則打「×」	
X	簡單型計算機

節次： 7 月 14 日第 3 節
本試題共 2 頁

5. (15 pts) 假設隨機變數 X 和 Y 的聯合機率密度函數如下：

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{e^{-x} e^{-y}}{y}, & 0 < x < \infty \text{ and } 0 < y < \infty, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

(a) (5 pts) 試求 Y 之邊際機率密度函數 $f_Y(y)$ 。

(b) (5 pts) 試求 $f_{X|Y}(x|y)$ 。

(c) (5 pts) 試求 $P(X > 1|Y = y)$ 。

6. (10 pts) 試求下列極限：

(a) (5 pts) $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$

(b) (5 pts) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$

7. (20 pts) 試求下列積分：

(a) (5 pts) $\int_0^1 (3x^2 + 1) dx$

(b) (5 pts) $\int_0^{\infty} x e^{-2x} dx$

(c) (10 pts) Find the integral of $f(x,y) = xy$ over the triangle T of points (x,y) for which $0 \leq x \leq y \leq 1$.