

# 淡江大學九十一年度進修學士班轉學生招生考試試題

系別：統計學系三年級

科目：機率與管理數學

准帶項目請打「○」否則打「x」
計算機
X

本試題共 ( ) 頁

1. 袋子 I 中有 2 個白球 4 個紅球，袋子 II 中有 1 個白球 1 個紅球從袋子 I 中任取 1 個球置於袋子 II 中，再從袋子 II 中任取一球

(a) 從袋子 II 選出之球為白球的機率為何？(10%)

(b) 已知從袋子 II 中取出之球為白球，球從袋子 I 中移入袋子 II 中之球為白球的機率為何？(10%)

2. 令隨機變數  $X$  服從常態分配，平均數為  $\mu$ ，標準差為  $\sigma$ ，

(a) 試求出隨機變數  $X$  之動差生成函數(moment generating function) (10%)

(b) 令  $Y = \frac{X - \mu}{\sigma}$ ，試求出  $Y$  之動差生成函數 (10%)

3. 令隨機變數  $X_1, X_2, \dots, X_n$  互相獨立而且服從相同的機率分配，平均數為  $\mu$ ，標準差為  $\sigma$ 。令  $S^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / (n-1)$ ，試證明  $S^2$  為  $\sigma^2$

之不偏估計量(須附詳細推導過程否則不予計分) (10%)

4. 令隨機變數  $X$  服從指數分配，且 pdf  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$

(a) 試求  $E(X)$  及  $Var(X)$  (10%)

(b) 試證  $P(X > s + t | X > t) = P(X > s)$ ，其中  $s, t$  為大於 0 之正數。(10%)

5. 設可微分函數  $y(x)$  滿足  $x^2 y + xy^2 - 2x^2 + y = 2$ ，求  $y' (= \frac{dy}{dx})$ 。(5%)

6. (a) 求  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = ?$  (5%)      (b) 求  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{1}{x}} = ?$  (5%)

7. 求  $\int \frac{3x}{\sqrt{1+x}} dx = ?$  (5%)

8. 求  $\iint_A e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)} dx dy = ?$ ，其中  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2\}$  (Hint: 利用極座標變換) (10%)