

# 淡江大學 95 學年度轉學生招生考試試題

系別：商管組三年級

科目：統計學

57-1

准帶項目請打「√」	
√	簡單型計算機

本試題共 3 頁 - 1

一. 敘述或定義下列統計名詞或定理：(每一小題 5 分)

- (1) 樣本空間 (Sample Space) (2) 中央極限定理 (The Central Limit Theorem)

二. 選擇題( 單選)：(每小題 4 分)

( ) 1. 設  $X$  為隨機變數， $x_0$  為任意實數， $E(X)$  為  $X$  的數學期望值，則下列敘述那一個是正確的。

- (a)  $E(X - x_0)^2 = E(X - E(X))^2$  (b)  $E(X - x_0)^2 \geq E(X - E(X))^2$  (c)  $E(X - x_0)^2 < E(X - E(X))^2$  (d)  $E(X - x_0)^2 = 0$

( ) 2. 設隨機變數  $X$  的機率密度函數為  $f(x) = \frac{x}{50}$ ,  $0 < x < 10$ ，則  $E(e^X) = ?$

- (a)  $(e^{10} - 1)/50$  (b)  $50/e^{10}$  (c)  $(9e^{10} + 1)/50$  (d) 不存在

( ) 3. 設兩個相互獨立的隨機變數  $X$  和  $Y$  的變異數分別為 6 和 3；即  $\text{Var}(X)=6$  和  $\text{Var}(Y)=3$ ，則隨機變數  $2X - 3Y$  的變異數為何？

- (a) 51 (b) 21 (c) 3 (d) -3

( ) 4. 設母體  $f(x)$  為具有平均數為  $\mu$ ，標準差為  $\sigma$  的常態分配，其中  $\sigma$  已知，則自此母體抽出  $X_1, \dots, X_n$  等  $n$  個隨機樣本，若  $n$  不變，則根據此隨機樣本所建立之母體平均數  $\mu$  的  $100(1-\alpha)\%$  信賴區間，其信賴區間長度  $L$  與信賴係數  $1-\alpha$  的關係為：

- (a) 當  $1-\alpha$  縮小時， $L$  縮小 (b) 當  $1-\alpha$  縮小時， $L$  增大 (c) 當  $1-\alpha$  縮小時， $L$  不變 (d) 以上皆非

( ) 5. 設隨機變數  $X \sim N(0,1)$ ，而  $X_1, \dots, X_n$  為抽自此標準常態分配之一組大小為  $n$  的隨機樣本，令  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum X_i$ ，

$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$ ，則下列統計量何者為具有自由度為  $n-1$  之卡方 ( $\chi^2$ ) 分配？

- (a)  $\sum X_i^2$  (b)  $(n-1)\bar{X}^2$  (c)  $S^2$  (d)  $(n-1)S^2$

( ) 6. 設隨機變數  $X$  服從平均數  $\mu=2$ ，標準差  $\sigma=4$  的常態分配，即  $X \sim N(2, 4)$ 。若  $X_1, \dots, X_n$  為由  $X$  所抽出之一組大小為  $n$  的隨機樣本，且  $\bar{X}$  為樣本平均數，則下列那一個結果是正確的。

- (a)  $\frac{\bar{X} - 2}{4} \sim N(0,1)$  (b)  $\frac{\bar{X} - 2}{16} \sim N(0,1)$  (c)  $\frac{\bar{X} - 2}{2/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$  (d)  $\frac{\bar{X} - 2}{4/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

三. 計算題： 註：計算數值請計算至小數第二位(四捨五入)。

1. 94 學年度第二學期，某大學商管學院舉辦一項英文競試，以瞭解學生之英文程度，結果有 100 位學生報名參加比賽，今得此 100 位學生之英文競試成績之次數分配表如下：

分數	人數
40 - 50 以下	8
50 - 60 以下	10
60 - 70 以下	18
70 - 80 以下	28
80 - 90 以下	22
90 - 100 以下	14
合計	100

試根據此資料：

- (1). 求此 100 位學生英文競試的平均成績為何？ ( 6 分)  
(2). 求此 100 位學生英文競試成績的標準差為何？ ( 6 分)  
(3). 若院長想給予成績前 10 名學生獎狀，問競試成績要幾分才可拿到獎狀？ ( 6 分)

2. 在一份每題答案有 4 種選擇且其中只有一種答案是正確的選擇題試題中，學生不知道問題的正确答案時，他就會作隨機猜測。倘若我們假定一個學生確實懂了一個問題和胡亂猜測的機率都是  $1/2$ 。現在從試卷上看某考生某題是答對了，試求該考生對該題確實是懂了的機率為何？ ( 10 分)

# 淡江大學 95 學年度轉學生招生考試試題

系別：商管組三年級

科目：統計學

57-2

准帶項目請打「V」	
V	簡單型計算機

本試題共 3 頁 - 2

3. 假設某種特效藥可以使患有失眠症者至少有 80% 的人入睡，茲將該特效藥給 25 個患有失眠症者服用，令  $X$  表示此 25 位服用該特效藥後可以入睡之病患數，今欲檢定  $H_0: P \geq 0.80$  及  $H_1: P < 0.80$ ，且知危險域  $C = \{X | X \leq 15\}$ ，其中  $P$  表示失眠病患服用該特效藥後可以入睡之病患比例，則：
- (1). 試求在上述檢定問題之危險域  $C$  下，其將產生之顯著水準  $\alpha$  之值。 (5 分)
  - (2). 若  $P=0.6$  時，試求上述危險域  $C$  所會產生型 II 誤差之機率值  $\beta$  之值。 (4 分)
  - (3). 若在這 25 個服用該特效藥的失眠症者患者，結果有  $x=20$  個病患表示服用該藥後可以入睡，試根據此樣本資料估計服用該特效藥的失眠症患者可以入睡之比例  $P$  之 95% 之信賴區間。 (5 分)
4. 三項民意測驗皆徵詢是否支持政府發行公益彩券，主持測驗為甲、乙及丙等 3 家民意測驗機構，其中甲家隨機抽訪 300 位成年人，乙家隨機抽訪 300 位成年人，而丙家隨機抽訪 400 位成年人，調查結果如下表所示：

意見	甲家	乙家	丙家	合計
支持者	158	150	250	558
反對者	105	95	100	300
無意見者	37	55	50	142
合計	300	300	400	1000

試取顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，以適當的統計方法檢定甲、乙、丙等三家民意測驗機構關於政府發行公益彩券的民意測驗結果是否一致？ (10 分)

5. 小明欲利用一筆樣本數為  $n=10$  之變數  $X$  與變數  $Y$  的樣本資料  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_{10}, Y_{10})$ ，推估直線迴歸模型  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ，其中  $\varepsilon_i$  為獨立且  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$  之估計迴歸方程式。今他根據上述樣本資料之觀察值，以普通最小平方方法 (OLS) 求得估計迴歸方程式為  $\hat{Y}_i = -3.42 + 0.89 X_i$ ，且經計算得

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = 6.38, \quad \sum (Y_i + 3.42 - 0.89 X_i)^2 = 0.86$$

請根據上述已知訊息：

- (1). 試估計共同母體標準差  $\sigma$  之值。 (5 分)
- (2). 試求斜率  $\beta_1$  之 95% 的信賴區間。 (5 分)
- (3). 試求判定係數  $r^2$  之值？ 又此兩變數  $X$  與  $Y$  之樣本相關係數  $r_{xy} = ?$  (4 分)

