

# 淡江大學九十學年度日間部轉學生招生考試試題

系別：數學系數理統計組三年級

准帶項目請打「○」否則打「×」	
計算機	字典
×	×

科目：機率與統計學

本試題共 一 頁

注意：過程要儘量寫清楚。

(1) 設  $X$  之 cdf (cumulative distribution function) 如下：

20%

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ \frac{1}{8} & -1 \leq x < 2 \\ \frac{3}{4} & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

求 (a)  $P[X > -1]$  (b)  $P[X = 2]$   
(c)  $P[X < 3]$  (d)  $P[2 \leq x \leq 3]$

(2) 擲一銅板直到出現第  $k$  個正面為止，設正面機率為  $p$ 。令  $X$  為擲到第  $k$  個正面出現時，反面出現之總次數。求 (a)  $X$  之 pmf (probability mass function)，即  $P[X = x]$  (10%) (b)  $P[X \geq 3]$  (5%)

(3) 設  $X$  之分布為 Poisson ( $\lambda$ )，用  $X$  之 pmf 導出  $E(X^2)$  之值。(提示：先導  $E(X)$  及  $E[X(X-1)]$  之值)

(4) 設  $X_1, X_2, \dots, X_n$  為 iid Uniform  $[0, \theta]$ ，用  $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$  來選出一個 level  $(1-\alpha)$  confidence interval for  $\theta$ 。

(5) 用 sufficiency 的定義證明， $\sum_{i=1}^n X_i$  為 - sufficient statistic for the parameter  $\theta$ ，when  $X_1, X_2, \dots, X_n$  is a random sample from a Bernoulli ( $\theta$ ) distribution.

(6) Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a random sample from  $N(\mu, \sigma_0^2)$  distribution where  $\sigma_0^2$  is known (已知)。

(a) Find the UMP size  $\alpha$  test for testing  $H_0: \mu = \mu_0$  against  $H_1: \mu > \mu_0$ .

(b) Find the power function of the test. (用  $z_2$  代表滿足  $P[Z > z_2] = \alpha$  的數， $Z$  為一  $N(0,1)$  random variable.)